

Projektseminar WS 2022/23

# **Low-Profit-Investitionen**

**bewerten · finanzieren · fördern**

Christian Fahrbach

Modul „Wissenschaft transformiert:  
verantwortliches Handeln“

College an der Leuphana Universität Lüneburg

## Kontakt Daten

**E-Mail** christian.fahrbach@leuphana.de

**Telefon** 05864 / 986933 (c/o Hohenbild)

**Blog** www.low-profit.eu

Lizenz: CC BY



## Vorstellung

- Woher komme ich?
- Ökonomische Vorkenntnisse?
- Welches Studium strebe ich an?
- Warum interessiert mich das Thema Low-Profit?
- Meine Erwartungen an das Projektseminar?

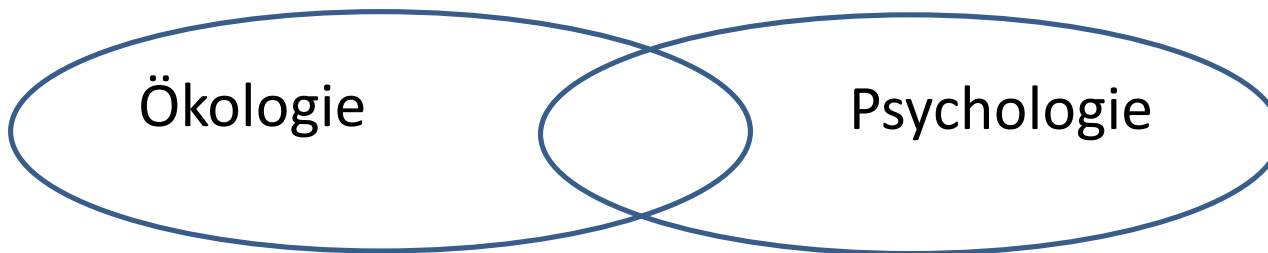
# Inhalt

- 1 Einführung in das Projektseminar
- 2 Einführung in das Thema Low-Profit
- 3 Klassische Finanzwirtschaft
- 4 Rahmenbedingungen
- 5 Betriebswirtschaftliche Aspekte
- 6 Finanzmathematischer Anhang

# 1 Einführung

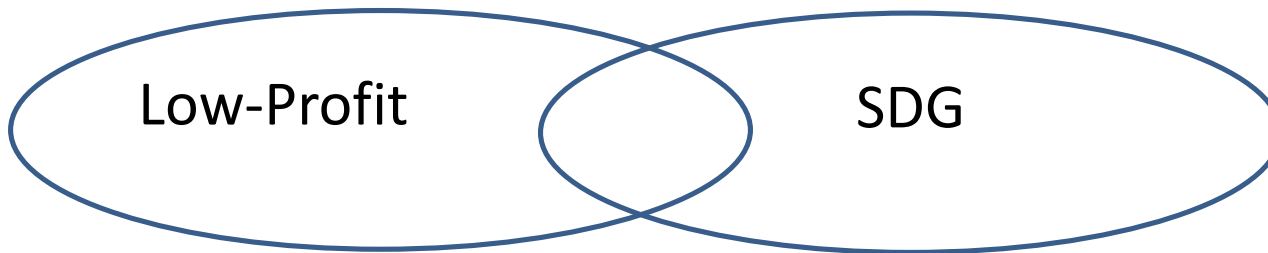
## 1.1 Einführung in das Projektseminar

Beispiel Umweltpsychologie



## Das Forschungsthema

„Low-Profit im Kontext der SDG“



## Übergeordnete Forschungsfrage

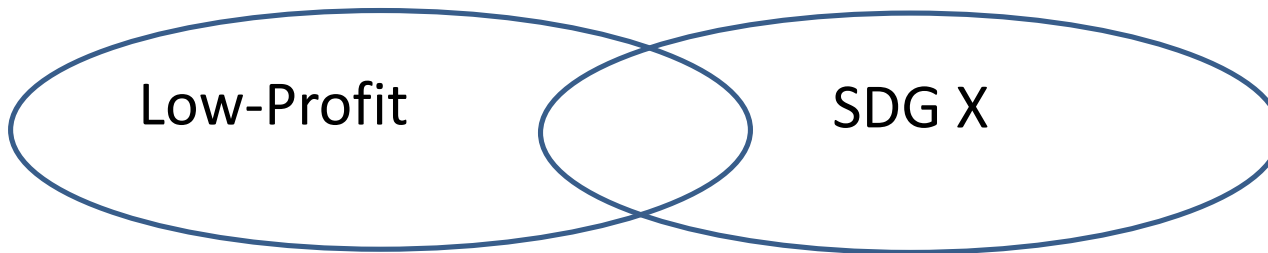
„Können Low-Profit-Investitionen einen zusätzlichen Beitrag zur Umsetzung der SDG leisten?“

# SUSTAINABLE DEVELOPMENT GOALS



## Forschungsthema der Projektgruppen

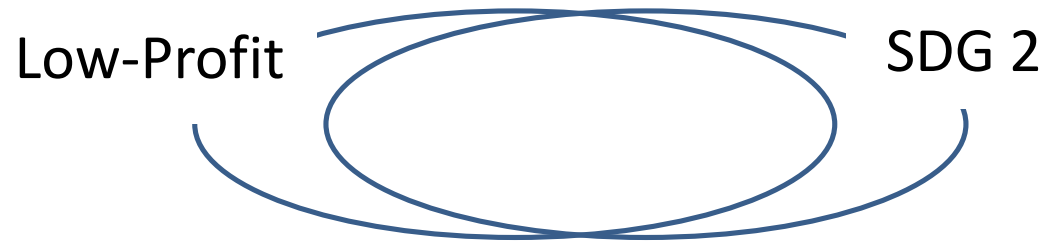
„Low-Profit im Kontext des SDG X“



Jede Projektgruppe formuliert dazu eine eigene Forschungsfrage.

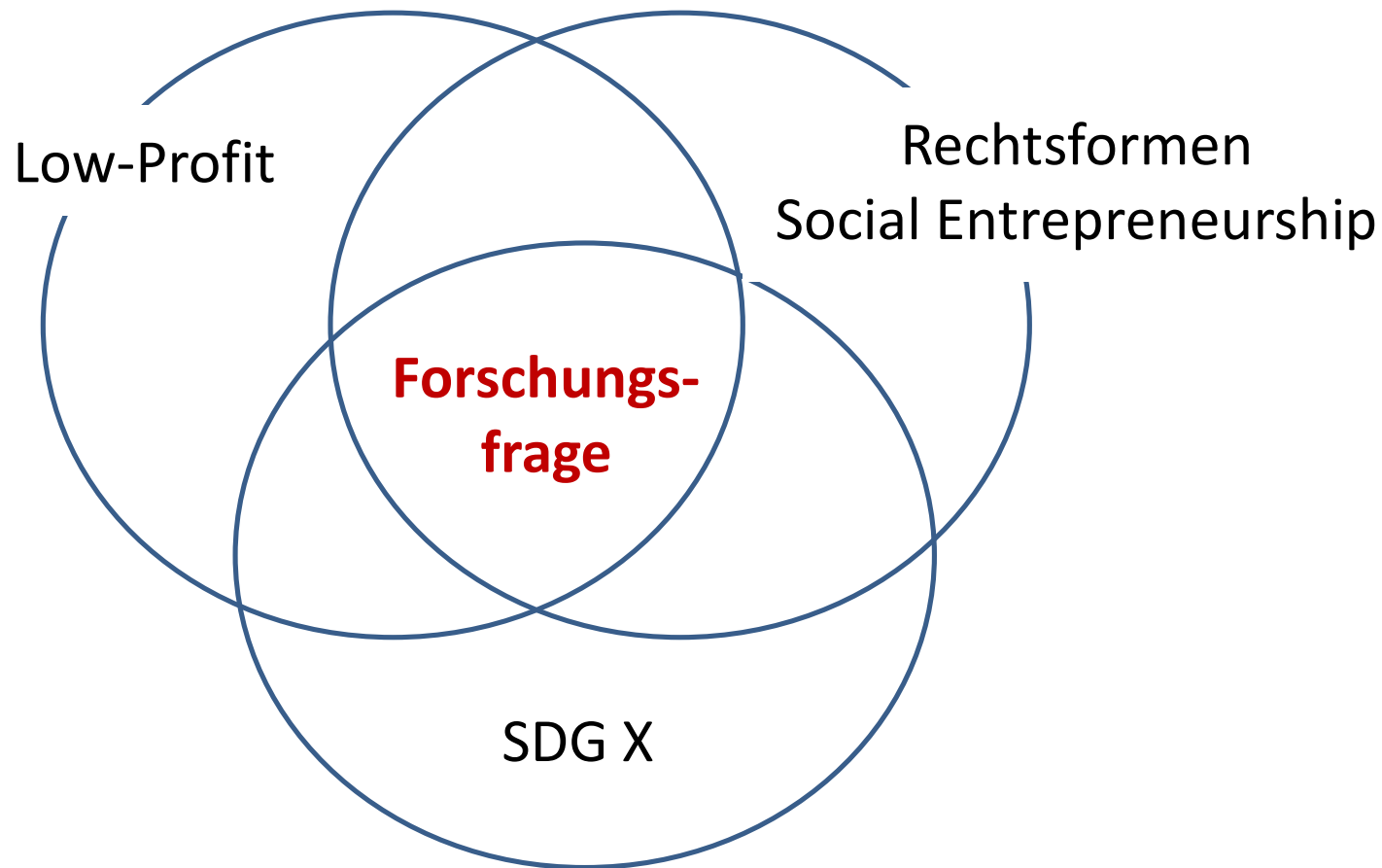


## Beispiel Ernährung/Landwirtschaft

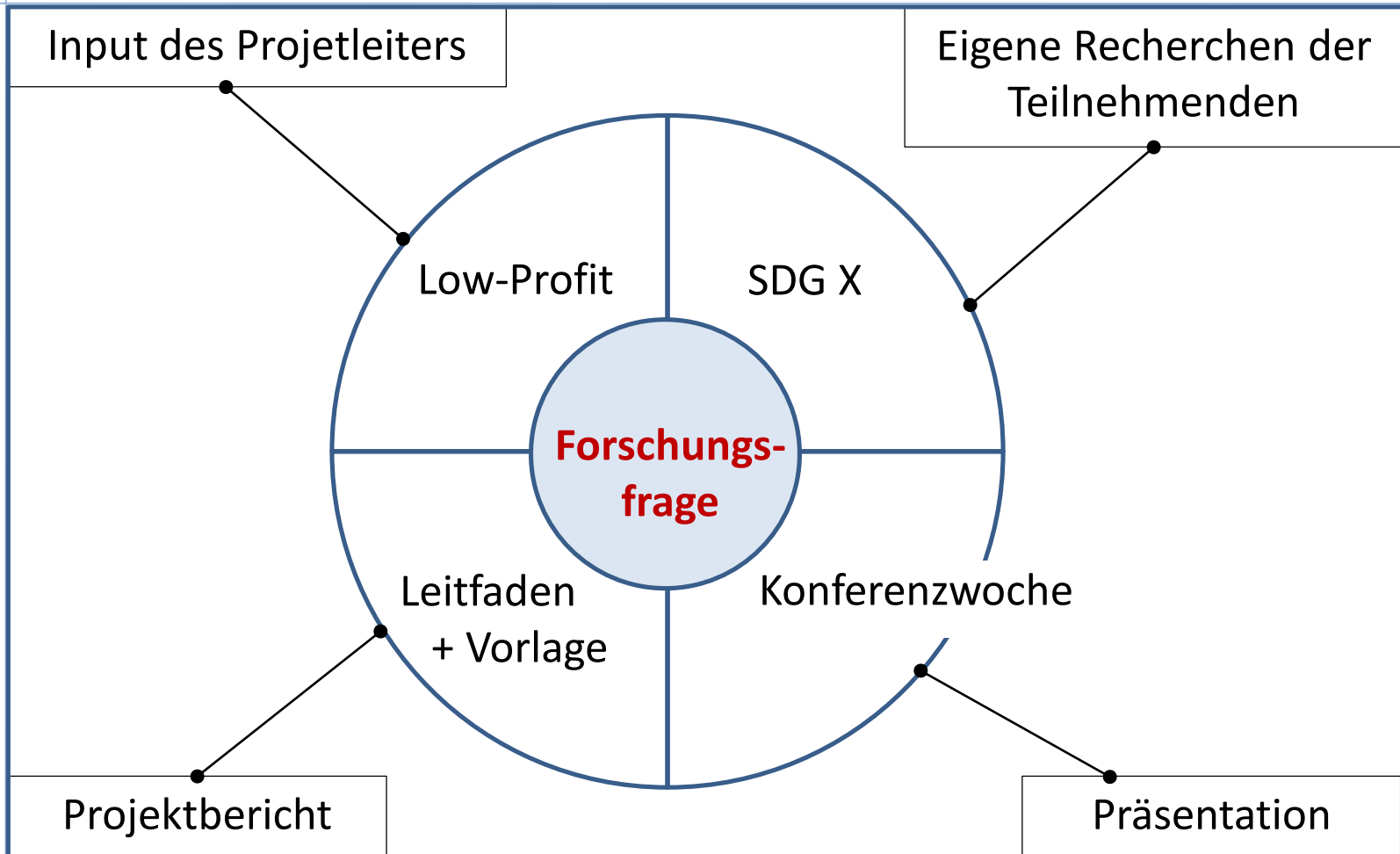


Höhere Überdeckung anstreben, z. B. durch

- Förderungen
- Genossenschaften



**Abbildung 1.5:** Aufgabenstellung des Projektseminars



**Abbildung 1.6:** Bestandteile des Projektseminars

## **Der Projektleiter ...**

- liefert einen exemplarischen Beitrag zum SDG 8
- führt in das Thema Low-Profit ein
- vermittelt finanzwirtschaftliche Grundlagen (Kapitalmarktmodelle, Gewichtsbedingung u.a.)
- behandelt wirtschaftspolitische Rahmenbedingungen, die sich günstig auf Low-Profit Business auswirken

## **Vorlagen (von der Modulleitung)**

- **Leitfaden zur Projektarbeit**  
(qualitative Forschungsleistung, eine quantitative Potenzialanalyse wird nicht verlangt)
- Methoden-Waschzettel  
(Literaturarbeit, Szenario-Technik u.a.)
- **Vorlagen zu Projektbericht und Projektskizze**
- Einführung in die Rhetorik der Präsentation

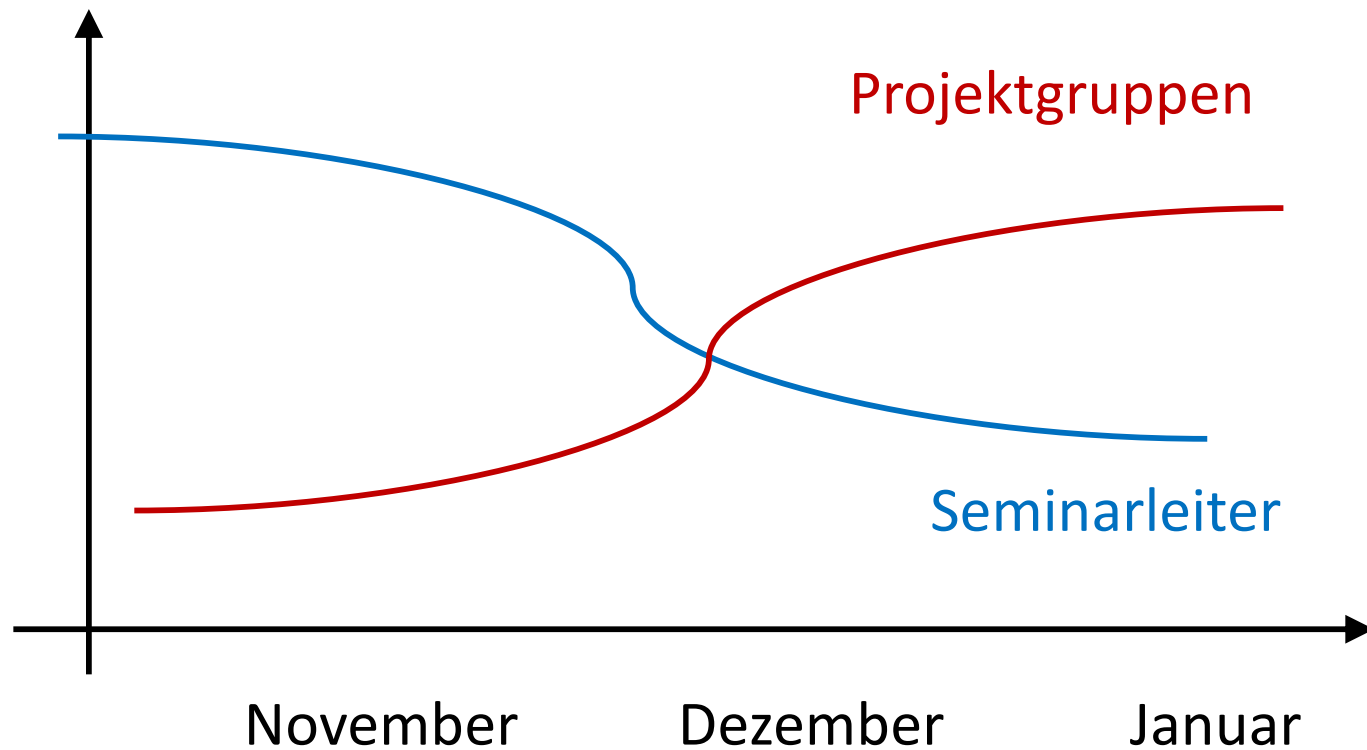
## **Moodlekurs (vom Seminarleiter)**

- Forum „Gruppenbildung“
- Literaturhinweise und Seminarskript
- Bewertungsraster zur Prüfungsleistung

## Die ersten Schritte

- Ich verschaffe mir einen Überblick über die SDG
- Welches SDG interessiert mich besonders?
- Ich poste mein SDG im Moodle-Forum „Gruppenbildung“ und bilde eine Gruppe á 4-6 Personen
- Die Gruppe formuliert die **Forschungsfrage** und begründet diese in einem **Dreischritt** (siehe Leitfaden)
- **Projektskizze**

## Anteil am Seminar



**Abbildung 1.8:** Das Projektseminar als „Lerngemeinschaft“



## 1.2 SDG 8

**2008:** “*Green Economy Initiative*” des UN-Umweltprogramms (UNEP)

**2011:** “*Green-Growth*”-Konzept der OECD

**2012:** UN-Konferenz über Umwelt und Entwicklung (UNCEC) in Rio de Janeiro / Brasilien


**2015:** UN Sustainable Development Goals (SDG)

## Modellrechnungen (UNEP 2011)

- grüne Investitionen weltweit:  
2% der globalen Wirtschaftsleistung
- externe Effekte durch Landwirtschaft und Industrie:  
3,5% der globalen Wirtschaftsleistung
- umweltschädliche Subventionen weltweit:  
600 Mrd. US-Dollar allein für fossile Brennstoffe

## Rhetorik der Green Economy (UNEP 2015)

Wenn Regierungen grüne Investitionen fördern,  
dann können sie ...

- Ressourcen effizient nutzen und die Umwelt entlasten
- grüne und menschenwürdige Jobs schaffen
- Unternehmen rentabel  und wettbewerbsfähig machen

## Beispiel 1.1

Wenn der Staat Energieeffizienzmaßnahmen fördert,  
dann ...

- ist dies ein Beitrag zum Klimaschutz
- erhalten Unternehmen Aufträge und können grüne Jobs schaffen

## SDG 8

*“Promote sustained, inclusive and sustainable economic growth, full and productive employment and decent work for all.”*

„Dauerhaftes, breitenwirksames und nachhaltiges Wirtschaftswachstum, produktive Vollbeschäftigung und menschenwürdige Arbeit für alle fördern.“

- 8.1: Wirtschaftswachstum entsprechend den nationalen Gegebenheiten
- 8.3: Entwicklungsorientierte Politiken: kleine und mittlere Unternehmen (KMU) fördern
- 8.4: Entkopplung von Wirtschaftswachstum und Umweltzerstörung
- 8.10: Finanzinstitutionen stärken, Zugang zu Banken und Finanzdienstleistungen für alle erleichtern

## **Kritik**

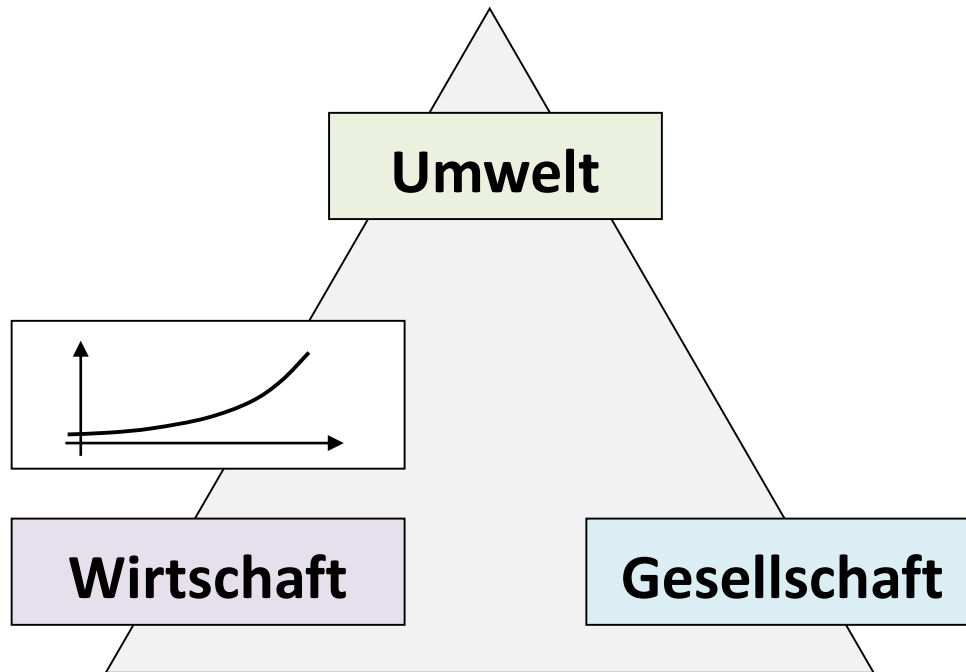
- Zu 8.1:      Wirtschaftswachstum auch in den  
                  Industrieländern?
- Zu 8.3:      KMU nur in Entwicklungsländern fördern?  
                  Nach welchen Förderkriterien?
- Zu 8.4:      Sind Wirtschaftswachstum und  
                  Ressourcenverbrauch entkoppelbar?
- Zu 8.10:     Grüne Investitionen mit Bankkrediten  
                  finanzierbar?

## Schlussfolgerung

- Das SDG 8 basiert auf dem Konzept der „*Green Economy*“ im Sinne von „*Green Growth*“
- Entkopplung von Wirtschaftswachstum und Ressourcenverbrauch ist nicht hinreichend belegt
- Können gewinnorientierte Unternehmen nachhaltig wirtschaften?
- Grüne Investitionen mit Krediten zu bankenüblichen Konditionen finanzierbar?



## 1.3 Nachhaltigkeitsschema



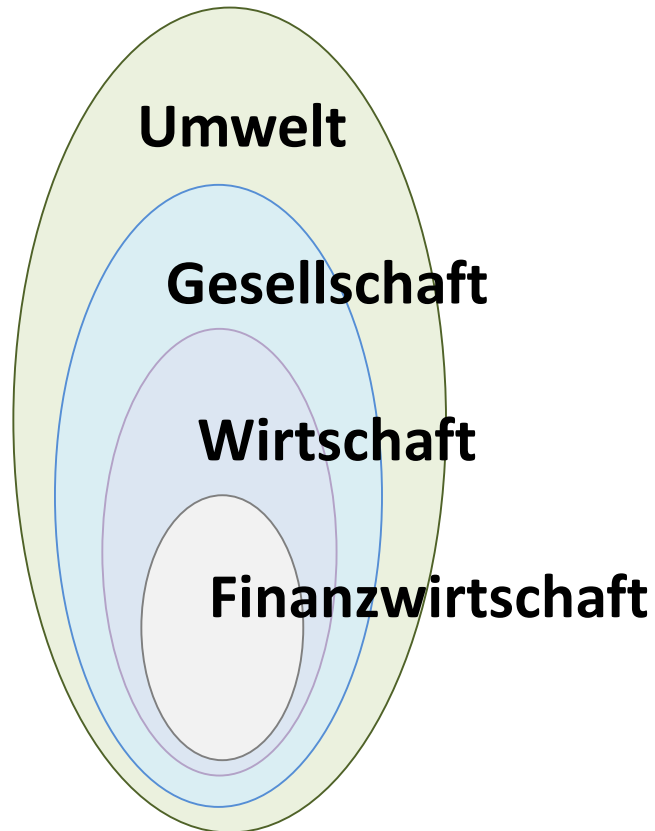
**Abbildung 1.7a:** Nachhaltigkeitsdreieck

## **Kritik am Nachhaltigkeitsdreieck**

- Ist eine gewinnorientierte Wirtschaftsweise mit Umwelt und Gesellschaft vereinbar?

## **Neues Leitbild**

- bedarfsorientierte Wirtschaftsweise
- Sach- und Gemeinwohlziele haben Vorrang vor finanziellen Zielen (Umsatz, Gewinn, Rendite)
- Finanzwirtschaft im Dienste der Realwirtschaft



**Abbildung 1.7b:**  
Nachhaltigkeitsschema  
Matrjoschka

## 2 Einführung in das Thema Low-Profit

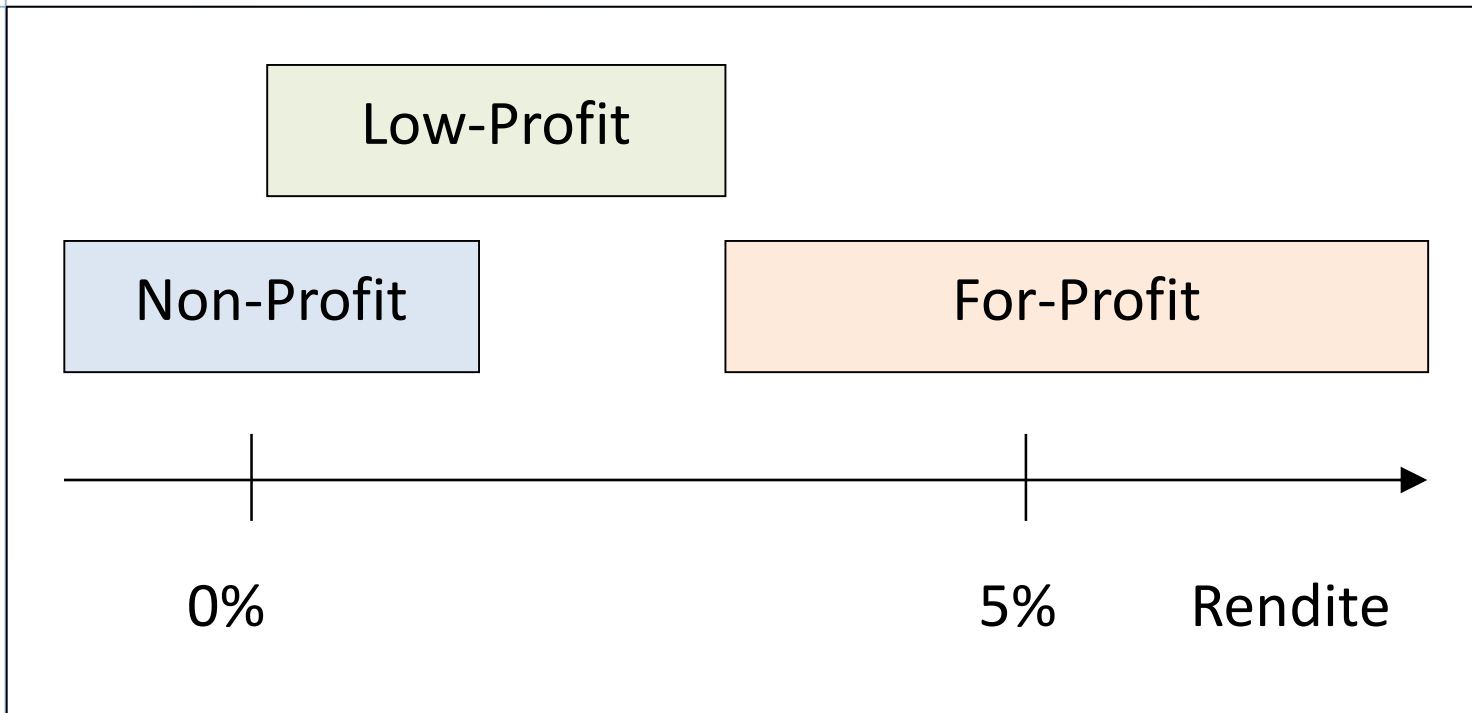
### 2.1 Definition

Low-Profit-Investitionen erbringen eine Rendite von etwa 0-3% im Jahr.

#### Maßeinheit

1/annum

Beispiel: Rendite =  $0,02 \cdot 1/a \cdot 100\% = 2\% \text{ p.a.}$



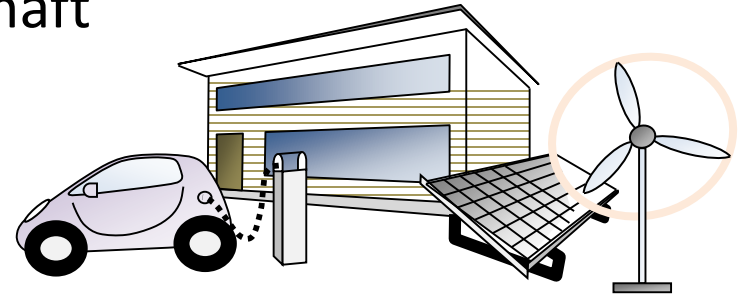
**Abbildung 2.1:** Renditebereiche (Nullzinspolitik)

## 2.2 Motivation

- Nachhaltigkeit / Gemeinwohl
- Konjunkturschwäche
- Komplexität öko-sozial-ökonomischer Problemlagen (Kapitel 2.6)

## Nachhaltigkeit

- Gemeinwohlziele haben Vorrang vor finanziellen Zielen (Umsatz, Gewinn, Rentabilität)
- Investitionen in wenig rentable Bereiche
  - ökologische Landwirtschaft
  - erneuerbare Energien
  - Recycling
  - ...
- Mit Low-Profit Business eine nachhaltige Wirtschaftsentwicklung anstoßen



## Konjunkturschwäche

- Rentabilität der Unternehmen ist gering
- Unternehmen investieren vorrangig in das Kerngeschäft
- CSR-Maßnahmen werden eher zurückgestellt

→ Chance für Low-Profit Business?



## 2.3 Zwei Zugänge

### **Der pragmatisch-utilitäre Zugang**

- hebt den praktischen Nutzen eines Projektes hervor
- orientiert sich am Common Sense und am lebenspraktischen Bedarf
- ist oft basisdemokratisch organisiert
- liefert schnelle Lösungen für drängende (gesellschaftliche) Probleme

## Beispiele

- Solaranlage (Kapitel 2.4)
- Wohnprojekte, Energieversorger u.a. (Kapitel 2.7))
- Genossenschaften
- *Low-Profit Limited Liability Companies* (L3C)  
(in den USA seit 2008/09, siehe Wikipedia)

## Grenzen des utilitären Zugangs

- auf gesellschaftliche Nischen beschränkt
- auf philanthropische Investor/innen angewiesen
- anfällig für technokratischen oder interessengetriebenen Aktivismus
- unterschätzt die Komplexität öko-sozial-ökonomischer Problemlagen
- auf vorgeschaltetes Grundlagenwissen angewiesen

## Der theoretisch-epistemische Zugang

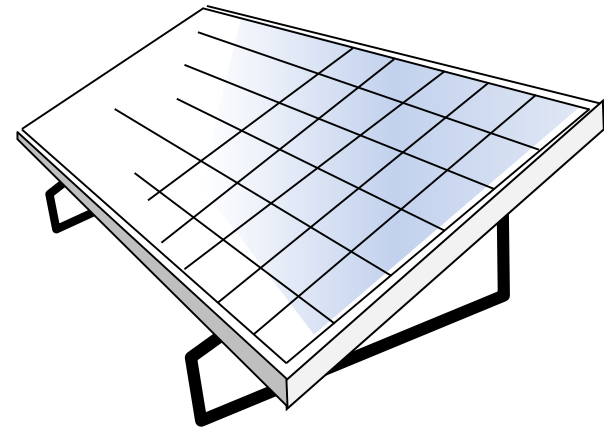
(Kapitel 3 und 4)

- basiert auf fundiertem Grundlagenwissen (klassische Finanzwirtschaft)
- geht von einem repräsentativen Akteur aus (*representative agent*)
- bezieht sich auf die Finanzmärkte als Ganzes
- betrifft die gesamten Investitionen einer Volkswirtschaft

## 2.4 Beispiel Solaranlage

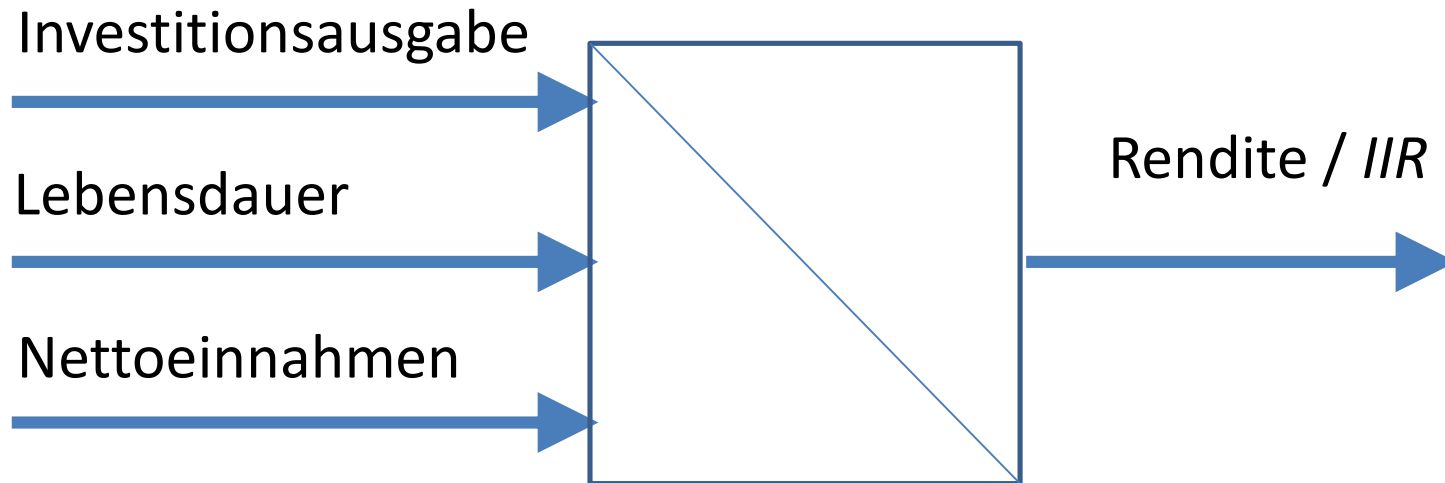
### Parameter

- Investitionsausgabe
- Lebensdauer
- Jährliche Nettoeinnahmen  
(*net cash flow*)



### Angenommen,

die Anlage bringt nur 1-2% Rendite pro Jahr ...



**Abbildung 2.2:** Newtonsches Näherungsverfahren  
(interne Verzinsung, *IIR = internal rate of return*)



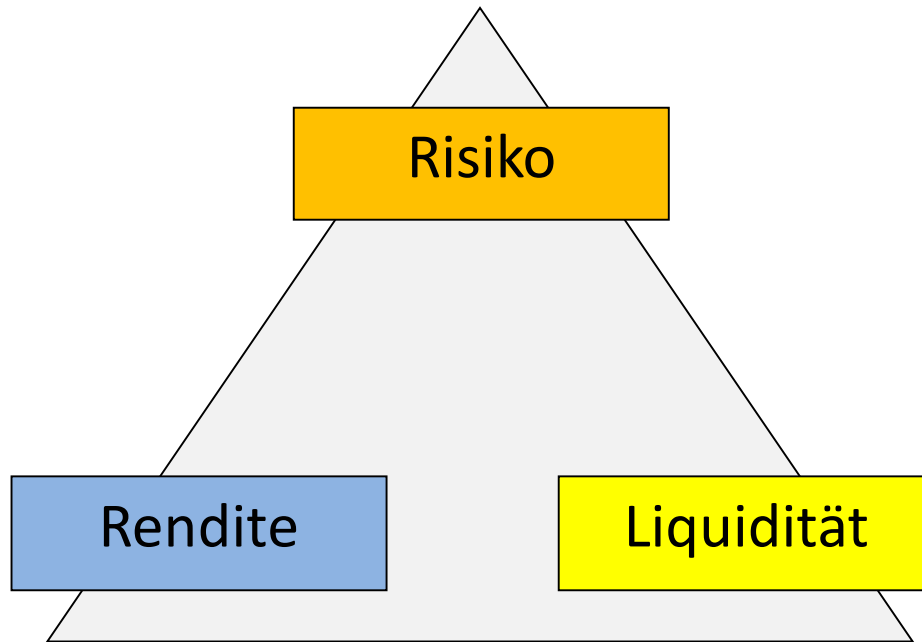
## FÖRDERKREDIT

Zinssatz: 1%

### Förderbanken

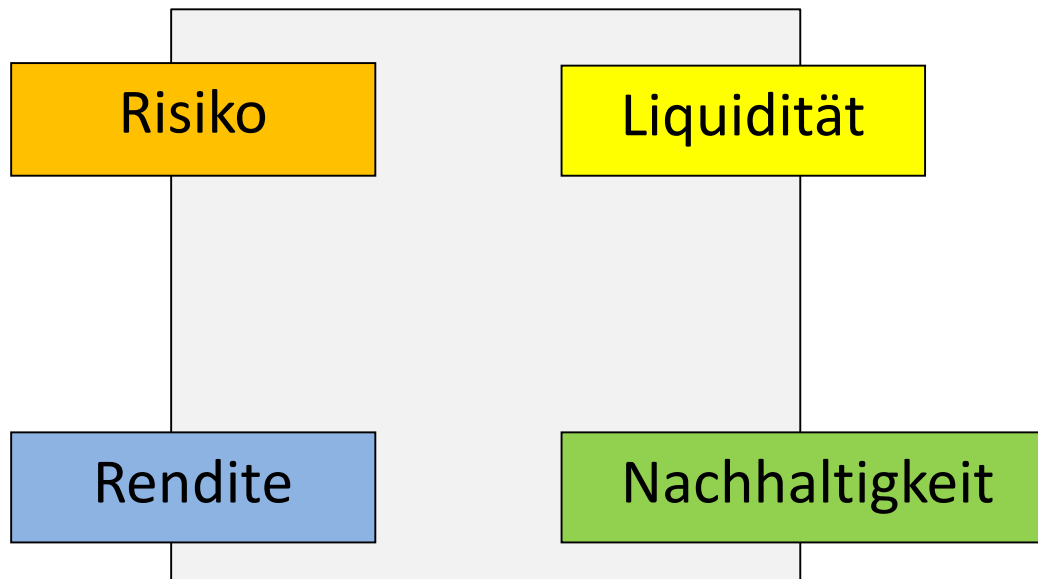
- Kreditanstalt für Wiederaufbau (KfW)
- Europäische Investitionsbank (EIB)

## 2.5 Magisches Drei- und Viereck



**Abbildung 2.3a:** Magisches Dreieck

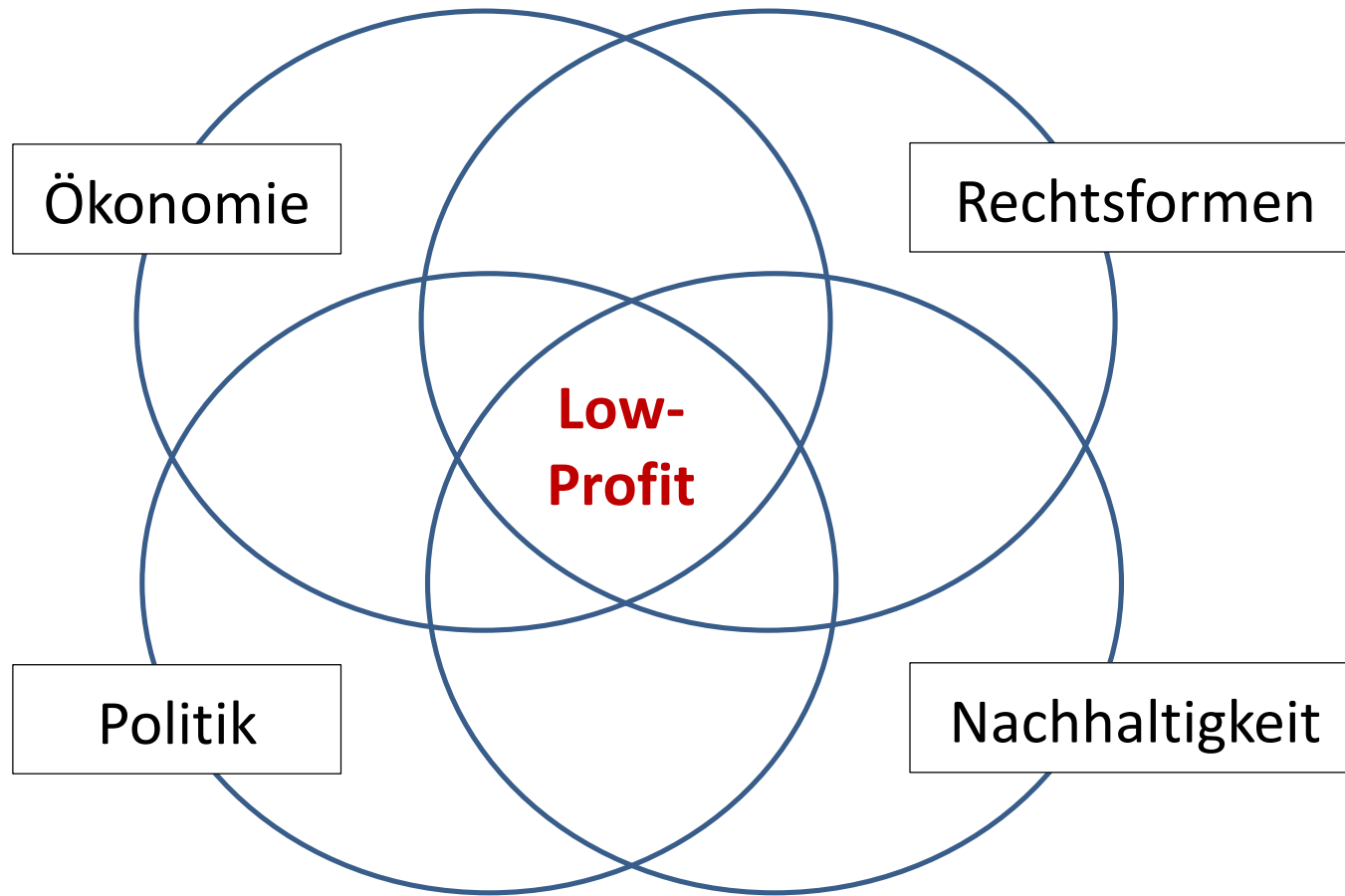




**Abbildung 2.3b:** Magisches Viereck

## 2.6 Interdisziplinärer Zugang

- Nachhaltigkeit / Gemeinwohl
- Ökonomie
  - Betriebs-, Finanz- und Volkswirtschaft
- Recht
  - Rechtsform (AG, GmbH, Genossenschaft u.a.)
  - Verwaltungsrecht (Steuern, Förderungen u.a.)
  - Nichtfinanzielle CSR-Berichterstattung
- Politik: Geld- und Fiskalpolitik



**Abb. 2.4:** Interdisziplinäre Herangehensweise

## **Internationale Leitlinien, Normen und Regelwerke**

- Allgemeine Erklärung der Menschenrechte (1948)
- OECD-Leitsätze für multinationale Unternehmen (seit 1976)
- ILO Kernarbeitsnormen (seit 1988)
- Global Reporting Initiative (GRI, seit 1997),  
GRI Universal Standards (2016 und 2021 überarbeitet)
- 10 Prinzipien des UN Global Compact (1999, deutsches Netzwerk: DGCCN, seit 2000)
- ISO 14001, 14004 (Umweltmanagementsystem, 2004)

- EU-Verordnung EMAS-III (2010)
- ISO 26000 (CSR-Leitfaden, 2010) / DIN ISO 26000 (2011)
- UN-Leitprinzipien für Wirtschaft und Menschenrechte (2011, in Deutschland seit 2016)
- Sustainable Development Goals (SDG, 2015)
- CSR-Richtlinie 2014/95/EU (in Deutschland seit 2017)
- EU Aktionsplan Finanzierung nachhaltigen Wachstums (März 2018)
- Corporate Sustainability Reporting Directive (CSRD): Überarbeitung der CSR-Berichterstattung (April 2021)

## **Komplexität verringern**

Möglichst einheitliche und übersichtliche Regelwerke

- Steuerrecht
- Förderrichtlinien
- Nachhaltigkeitskriterien
- u.a.

## 2.7 Best Practice

- Land- und Lebensmittelwirtschaft
- Energieversorgung
- Wohnprojekte
- Medien
- Nachhaltige Banken
- Fairer Handel
- ...





- regionale „Bürgeraktiengesellschaft“
- derzeit noch keine Dividenden an die Eigentümer/innen

Regionalwert AG Hamburg 2022 – Film für die Hauptversammlung:

<https://www.youtube.com/watch?v=-FwxZxpEQbk>

Erklärfilm zur Regionalwert-Idee (2020):

<https://www.youtube.com/watch?v=2wazXCB6ZMo>





- „Bürger-Energiegesellschaft“ in Form einer AG
- Aktien werden nicht an der Börse gehandelt, sondern auf eigenen Plattformen

Magazin: <https://www.energiezukunft.eu/service/magazine/>

## Weitere EVU auf Low-Profit-Basis

- Green Planet Energy eG
- EWS Elektrizitätswerke Schönau eG
- Prokon eG

## Gegenbeispiel

- NaturEnergy GmbH & Co. KG
  - Tochterunternehmen der Naturstrom AG
  - Crowdfunding per Nachrangdarlehen, Zinsen je nach Laufzeit: 2,5 – 4,0 % p.a.





## Ökodorf Sieben Linden

- Wohnungsgenossenschaft Sieben Linden eG
- Genossenschaftsanteile: mindestens 5 Stück à 1025 €
- Verzinsung: 1,5%



## Mietshäuser Syndikat GmbH

- Verbund von 178 Hausprojekten und 20 Projektinitiativen, jedes Hausprojekt eine eigene GmbH
- Direktkredite ab 1.000 €, Zinsen bis 1,1 % p.a.  
Kündigungsfrist: 6 Monate

ARD 2019: <https://www.youtube.com/watch?v=EvwacmiYSGA>

WDR 2019: <https://www.youtube.com/watch?v=g6Zb29RMyHk>



- taz Verlagsgenossenschaft eG mit Sitz in Berlin, 1991 gegründet, hat heute 22 000 Mitglieder
- Die Generalversammlung fasst die Beschlüsse (Satzung, § 14)
- „Der Anspruch auf Rückvergütung oder Dividende ist mit der Feststellung des Jahresabschlusses fällig“ (Satzung, § 38)“



- GLS Gemeinschaftsbank eG
- Mitgliedschaft: 5 Anteile à 100 €
- Die jährliche Mitgliederversammlung beschließt die Höhe der Dividende (1-3 % p.a.)
- Finanziert die GLS Bank Low-Profit-Projekte?



Fair Trade kurz erklärt: Was ist ein Fair-Handels-Unternehmen? (2019):  
<https://www.youtube.com/watch?v=U9iL85gRexk>



- Dachorganisation von Sozialunternehmen seit 2017 über 800 Mitglieder (2022)
- Lösung gesellschaftlicher Herausforderungen auf der Grundlage der SDG
- Geschäftsmodelle, Finanzierungen, Förderungen, Wirkungsanalyse mit Social Reporting Standard SDS, Mitgliedsorganisationen ...
- Deutscher Social Entrepreneurship Monitor 2021/22



## Grenzen von Best Practice

- auf gesellschaftliche Nischen beschränkt
- auf philanthropische Investor/innen angewiesen
- **Finanzierungsengpässe**

## Raus aus der Nische

Wie gelangt man von Best Practice zu All Practice?

## 3 Klassische Finanzwirtschaft

### 3.1 Der vollkommene Kapitalmarkt

- Investor/innen sind risikoavers
- Investor/innen haben rationale und homogene Erwartungen
- Es existieren keine Steuern, Subventionen, Inflation u.a. Marktimperfectionen

## Modellannahmen

- (A1) Es existiert eine risikofreie Anlage  
*(risk-free bank account)*
  
- (A2) Es existiert eine endliche Anzahl  
risikobehafteter Anlagen  
*(real / physical assets)*

## Risikofreie Anlage

- Bargeld, Girokonten, Tages- und Festgeldkonten u.a. (Einlagensicherung bis 100 000 €)
- Staatsanleihen
  - ggf. Liquiditäts- und Bonitätsrisiken
  - fallen nicht unter die Einlagensicherung

## Der risikofreie Zinssatz

*(overnight rate)*

Auf einem vollkommenen Kapitalmarkt ist der risikofreie Zinssatz positiv:

$$r_f > 0$$

(3.1)

Auf einem vollkommenen Kapitalmarkt repräsentiert der Libor (Euribor) den risikofreien Zinssatz.

## Definition 3.1

Der risikofreie Zinssatz  $r_f$  ist eine deterministische Größe (Konstante):

$$W_0 + r_f \cdot W_0 = W_1 \quad (3.2)$$

$W_0$  Vermögen zum heutigen Zeitpunkt ( $t = 0$ )

$W_1$  Vermögen in einem Jahr ( $t = 1$ )

**Maßeinheit:** 1/annum

## Risikobehaftete (reale) Anlagen

- Aktien
- Anteile einer GmbH
- Private Equity
- Immobilien u.a.

Die Begriffe Investition, Wertpapier und Kapitalanlage können synonym gebraucht werden.

## Definition 3.2

Die Rendite  $r_j$  einer einzelnen, risikobehafteten Anlage „j“ ( $j = 1, 2, 3, \dots, n$ ) ist eine stochastische Größe.

### Parameter

$E(r_j)$  Erwartungswert (Mittelwert, in % und Jahr)

$\text{Var}(r_j)$  Varianz (Streuung)



### Definition 3.3

Die erwartete Risikoprämie  $E(RP_j)$  einer risikobehafteten Anlage „j“ wird in % und Jahr angegeben

$$E(RP_j) = E(r_j) - r_f > 0 \quad (3.3)$$

Risikoaverse Investor/innen erwarten von realen Anlagen stets eine positive Risikoprämie

## 3.2 Theorie der Portfolioauswahl

### Investor/innen ...

- diversifizieren die Risiken einzelner Wertpapiere in einem Portfolio (Markowitz 1952)
- wägen stets zwischen Risiko und Rendite einer Anlage ab  
Je höher das Risiko (Varianz), desto höher die erwartete Rendite (Mittelwert)
- vergleichen die Rendite einer risikobehafteten Anlage mit dem risikofreien Zinssatz (Libor, Euribor)
- legen einen Teil des Vermögens risikofrei und den anderen Teil riskant an (*Two Fund Separation*, Markowitz 1952, Tobin 1958)

## 3.3 Das klassische Modell

### Die klassische Renditegleichung

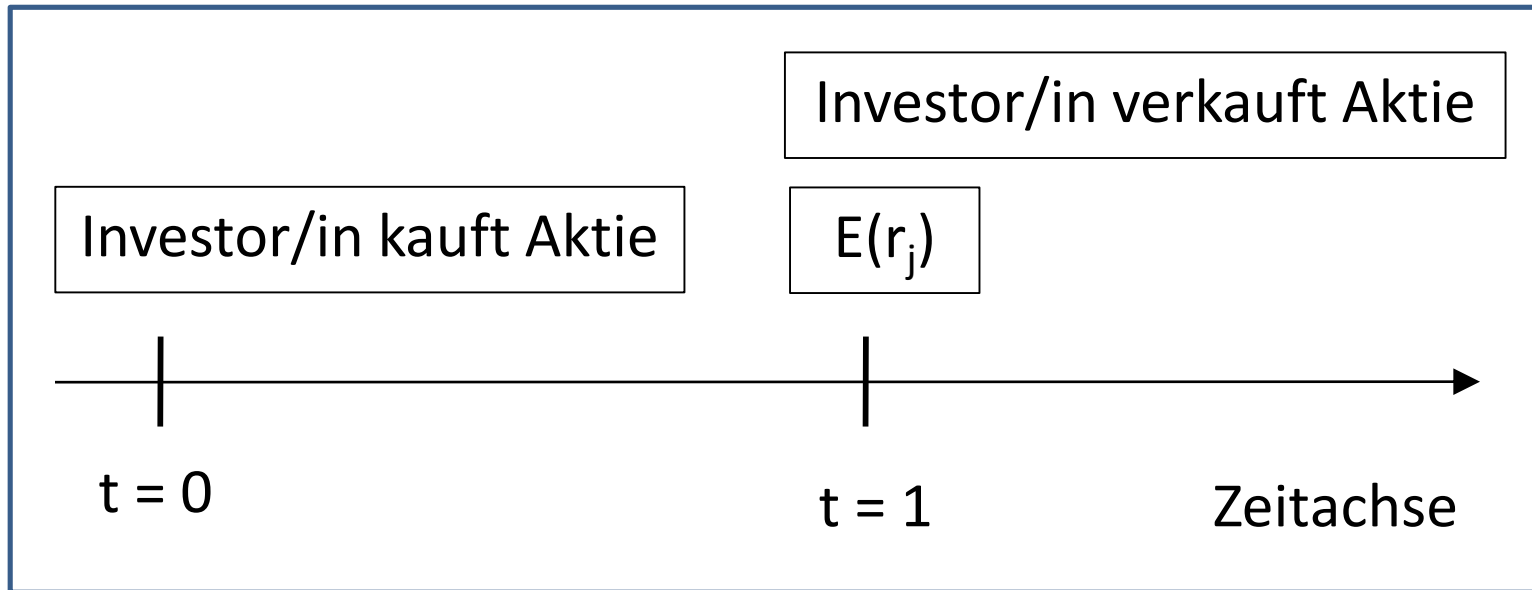
Gilt **ex ante** für alle realen Anlagen  
(Aktien, Anteile einer GmbH, Immobilien u.a.):

$$E(r_j) = r_f + E(RP_j) \quad (3.4)$$

$r_j$  Rendite einer einzelnen Investition „j“ ( $j = 1, 2, \dots, n$ )

$r_f$  risikofreier Zinssatz

$RP_j$  Risikoprämie



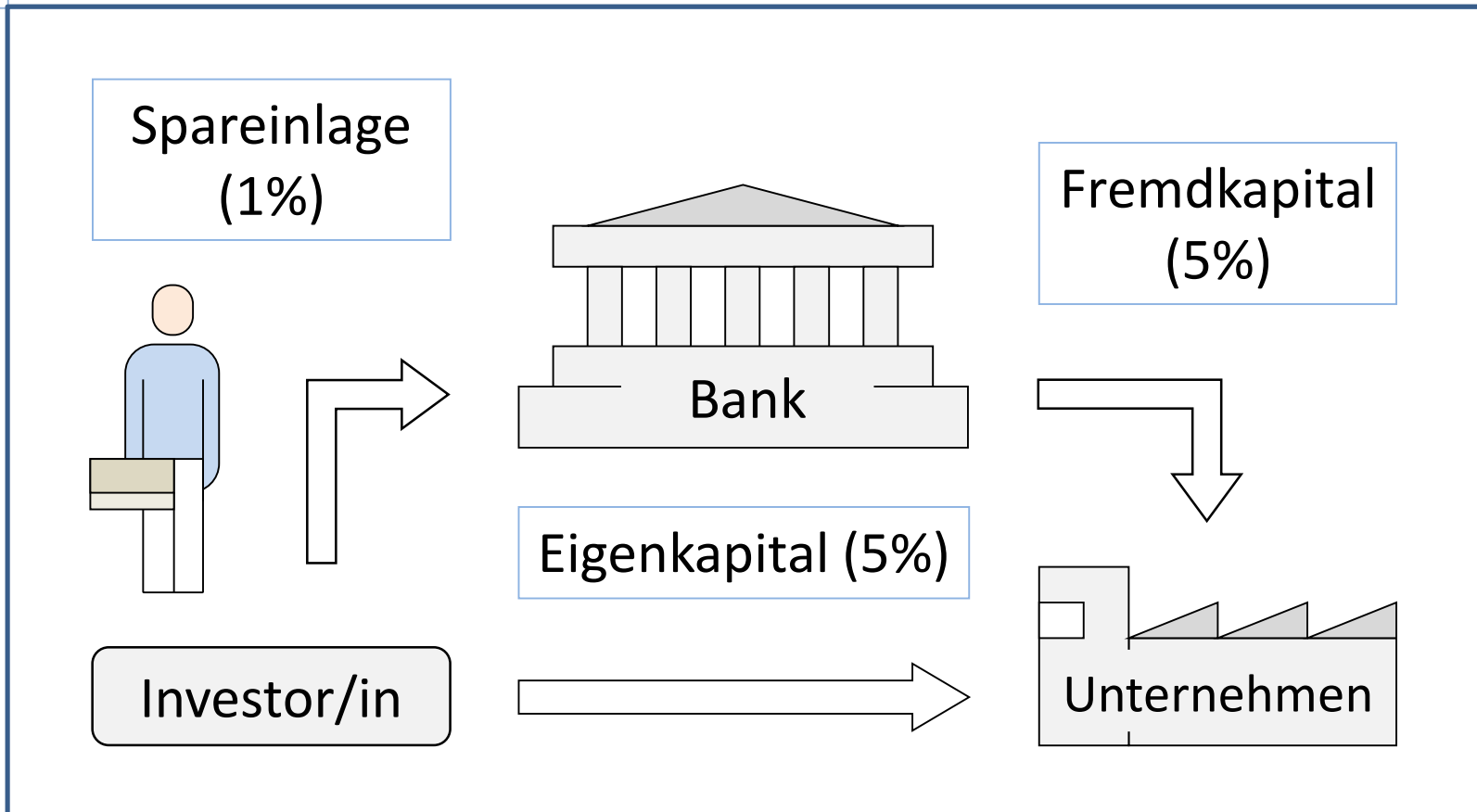
**Abbildung 3.1:** Ein-Perioden-Modell

### Beispiel 3.1

Risikofreier Zinssatz (Libor, Euribor) 1%

Erwartete Risikoprämie 4%

Erwartete Rendite =  $E(r_j) = 1\% + 4\% = 5\%$



**Abbildung 3.2:** Klassische Unternehmensfinanzierung mit Eigen- und Fremdkapital

## **Merkmale des klassischen Modells**

- starke Idealisierungen (ohne Staat)
- einfache und übersichtliche Modellstruktur
- Gleichgewichtsmodell
- Risiken von realen Anlagen werden kalkuliert
- Kapitalstruktur ist irrelevant  
(Modigliani und Miller 1958)

## **Klassische Sichtweise**

Wenn die klassischen Renditegleichung erfüllt ist, dann sind Unternehmen ...

- rentabel
- wettbewerbsfähig
- attraktiv für Investor/innen
- kreditwürdig für Banken



## Gewinnmaximierung (?)

Was besagt die klassischen Renditegleichung (3.4)?

- Unternehmen sind bestrebt, eine Risikoprämie zu erwirtschaften, die das Marktrisiko des jeweiligen Unternehmens abdeckt (Rentabilität)
- Unternehmen sind **nicht** bestrebt, ihre Gewinne zu maximieren

## Marktrisiko

- jenes Risiko, das sich nicht in einem Portfolio diversifizieren lässt (systematisches Risiko)
- liegt in etwa im Bereich von ca. 3-6% p.a.
- kann mit einem Risikofaktor (CAPM) oder mit mehreren Risikofaktoren (ICAPM) modelliert und geschätzt werden

## Kapitalmarktgleichgewicht

- Gleichgewicht kommt allein durch die Entwicklung der Preise am Markt zustande
- Angebot und Nachfrage von allen Wertpapieren einer Ökonomie kommen überein, sowohl in preislicher als auch in mengenmäßiger Hinsicht
- Aktienmarkt tendiert nach einem Crash von selbst wieder zu einem Gleichgewicht (klassische Sichtweise)

## Marktportfolio

- repräsentiert ein Gleichgewicht auf dem Kapitalmarkt (Aktienmarkt)
- kann durch einen Aktienindex approximiert werden, der
  - möglichst breit gestreut ist
  - eine repräsentative Auswahl aller am Markt gehandelten Aktien umfasst

## Capital Asset Pricing Model (CAPM)

(Sharpe 1964, Lintner 1965)

Die erwartete Risikoprämie (*excess return*) für eine einzelne Investition „j“ ( $j = 1, 2, 3, \dots n$ ) ist:

$$E(RP_j) = \beta \cdot [ E(r_m) - r_f ] \quad (3.5)$$

$\beta$              $\beta$ -Faktor

$r_m$            Rendite des Marktportfolios

$r_f$            risikofreier Zinssatz

## Merkmale des CAPM

- Ein-Perioden-Modell
- Ein-Faktoren-Modell
- Erfasst nur das Marktrisiko (systematisches Risiko)
- Kapitalmarktgleichgewichtsmodell
- stellt den Bezug zum Marktportfolio her
- stellt den Bezug zwischen einer einzelnen Investition und dem gesamten Kapitalmarkt (Aktienmarkt) her

## Intertemporal Capital Asset Pricing Model (ICAPM)

Zeitstetiges Kapitalmarktmodell mit stochastischen Prozessen (Merton 1973).

Die stochastische Risikoprämie (*excess return*) für eine einzelne Investition „j“ ( $j = 1, 2, 3, \dots, n$ ) ist:

$$RP_{j,t} = \beta_1 r_{m,t} + \beta_2 RF_{2,t} + \beta_3 RF_{3,t} + \dots + \beta_z RF_{z,t} \quad (3.6)$$

$\beta_i$  Kovarianzen zwischen der einzelnen Investition „j“ und den Risikofaktoren ( $i = 1, 2, 3 \dots z$ )

$RF_{i,t}$  Stochastische Risikofaktoren ( $i = 1, 2, 3 \dots z$ )

## Risikofaktoren

- Betriebliche Kenngrößen
  - Unternehmensgewinn
  - Auftragslage
  - Umsatz u.a.
- Volkswirtschaftliche Indikatoren und Indizes
  - Industrieproduktion
  - Bruttoanlageinvestitionen
  - Kapazitätsauslastung
  - Arbeitslosenrate
  - privater Konsum
  - Verbraucherpreise u.a.



## 3.4 Gleichgewichtsbedingung

### Ausgangslage

Wie entwickelt sich der Aktienmarkt im Vergleich zum Leitzins der Zentralbank?

### Ausgangsgrößen

- Libor / Euribor
- **Ex post** realisierte Performance eines Aktienindex
- Kalkulierte Risikoprämie des Aktienindex

## Berechnung von ex post realisierten Renditen

Beispiel DAX

**Ex post** realisierte DAX-Performance (t=0)

$$= \frac{\text{DAX\_Kurs}(t = 0) - \text{DAX\_Kurs}(t = -1)}{\text{DAX\_Kurs}(t = -1)} \quad (3.8)$$

**Maßeinheit:**

1/annum

## **Bull Market (Hausse)**

Der Aktienmarkt verzeichnet Zuwächse

**Ex post** realisierte Performance eines Aktienindex  
> Euribor + kalkulierte Risikoprämie

(3.7a)

## **Bear Market (Baisse)**

Der Aktienmarkt stagniert

**Ex post** realisierte Performance eines Aktienindex  
< Euribor + kalkulierte Risikoprämie

(3.7b)



**Abbildung 3.3:** Der japanische Aktienindex Nikkei 225 von 1984 bis 2014 (Quelle: [finance.yahoo.com](http://finance.yahoo.com))

## Gleichgewichtsbedingung

Der Kapitalmarkt ist im Gleichgewicht, wenn **ex ante** für alle realen Investitionen „j“ ( $j = 1, 2, 3, \dots n$ ) gilt:

$$E(r_j) - E(RP_j) = r_f \quad (3.4a)$$

(Alle) Unternehmen sind in der Lage, den risikofreien Zinssatz (Libor/Euribor) **risikobereinigt** zu erwirtschaften und alle anstehenden Investitionen zu finanzieren.

( $\equiv$  klassische Renditegleichung 3.4)

## Von was hängt ein Gleichgewicht ab?

- Höhe des risikofreien Zinssatzes (Libor/Euribor)
- Marktrisiken (ca. 3-6%)
- Leistungsfähigkeit der Unternehmen,  
den Libor/Euribor plus Risikoprämie zu erwirtschaften

( $\leftrightarrow$ ) klassische Renditegleichung 3.4)

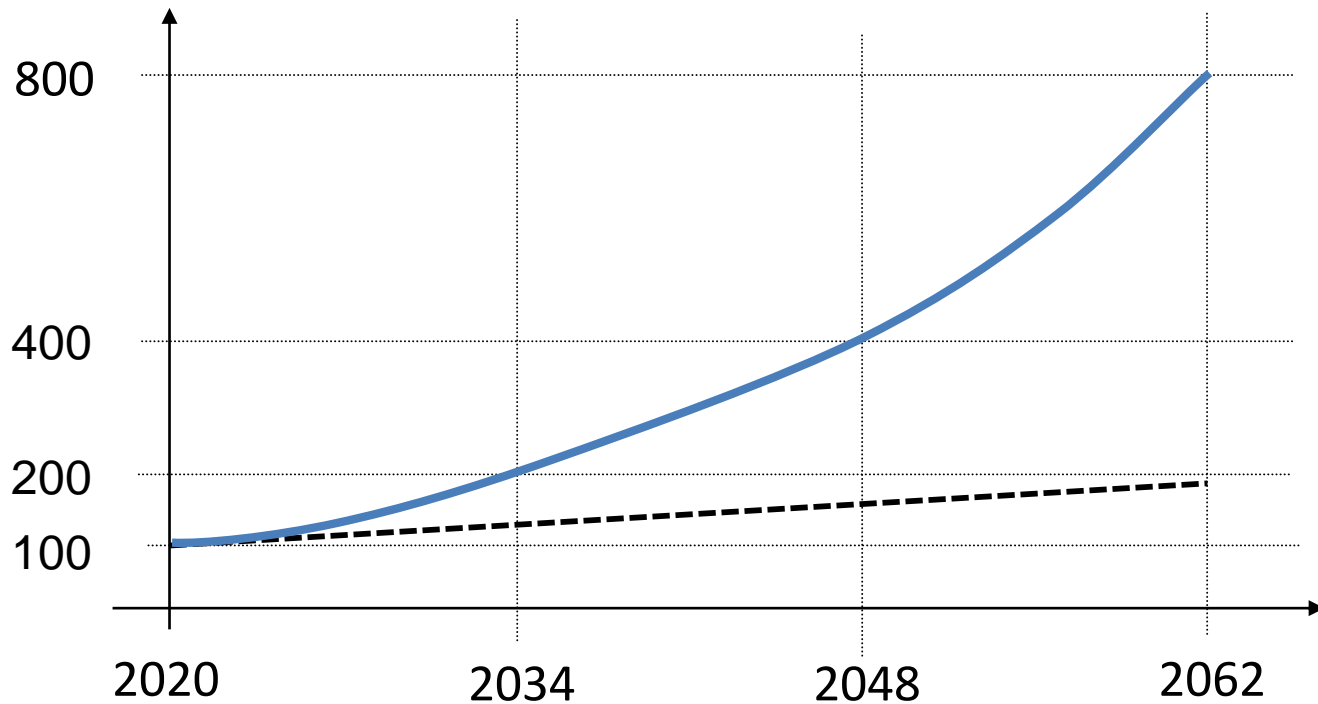
## 3.5 Grenzen des klassischen Modells

### Gleichgewicht auf hohem Renditeniveau

- Wenn der Libor/Euribor Null ist, müssen Unternehmen eine Rendite von 3-6% p.a. erwirtschaften
- Kapital fließt ausschließlich in Bereiche, die hohe Renditen versprechen
- exponentielle Kapitalbildung

Mit Nachhaltigkeit vereinbar?

Euro



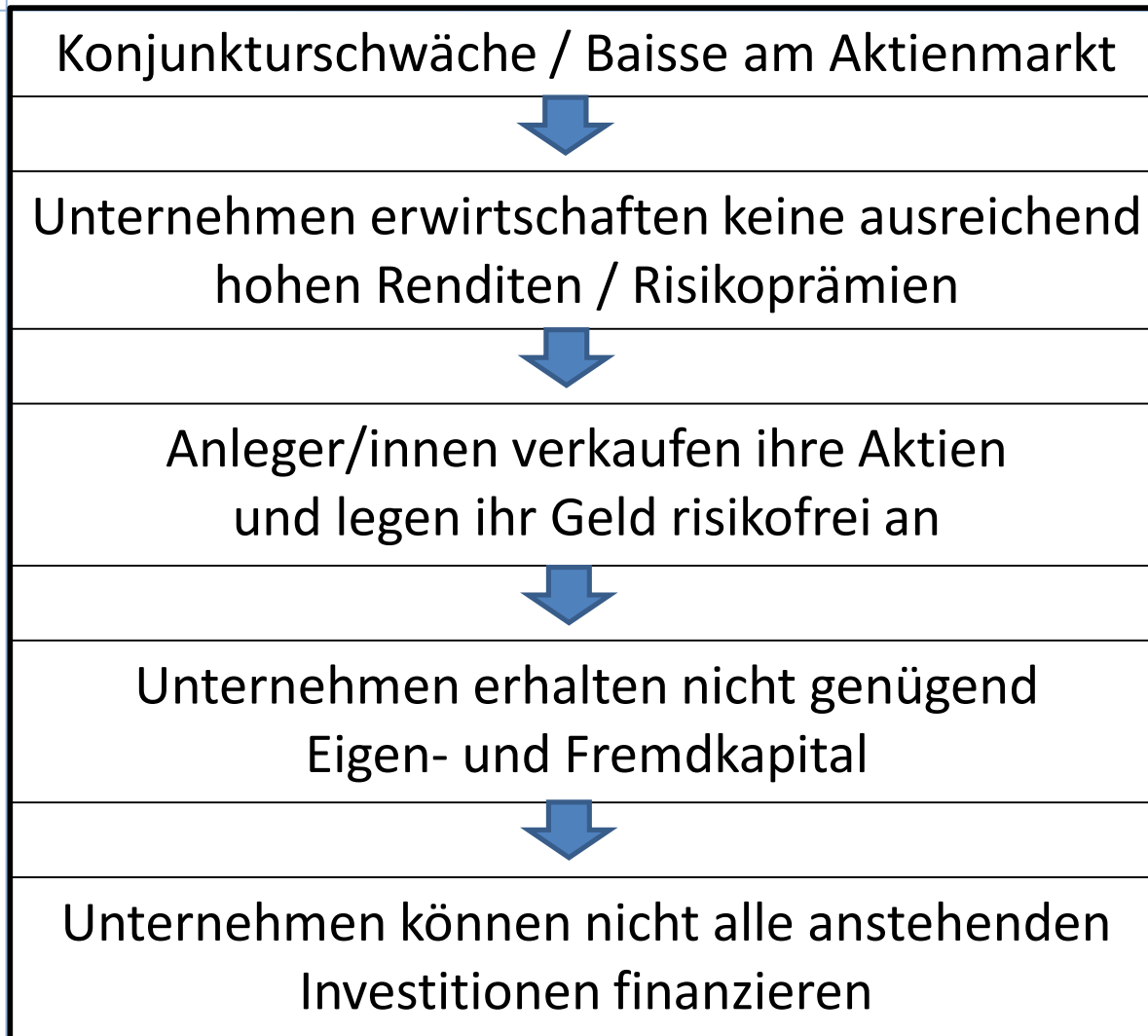
**Abbildung 3.5:** Kapitalbildung bei 5% Rendite pro Jahr



## In einer Baisse ...

- liefert das klassische Modell keine Gleichgewichtslösung
- können Unternehmen nicht alle anstehenden Investitionen finanzieren (Investitionsstau)
- beschränken sich Unternehmen auf das Kerngeschäft und stellen CSR-Maßnahmen eher zurück
- existiert kein Staat, der regulierend eingreifen könnte

→ Kapitel 4: Kapitalmarkt in einer Baisse stabilisieren



**Abbildung 3.4:**  
Krisenverlauf  
in einer Baisse

## 4 Rahmenbedingungen

### 4.1 Der unvollkommene Kapitalmarkt

#### **Marktimperfectionen (*Friktions*)**

- Steuern und Subventionen
- Transaktionskosten (Bankgebühren u.a.)
- Inflation
- Nachhaltigkeitskriterien
- u.a.

## 4.2 Finanzmärkte stabilisieren

**Ausgangssituation:** Bear Market (Baisse)

**Ex post** realisierte Performance eines Aktienindex  
< Euribor + Risikoprämie

(3.7b)

**Idee / Lösungsansatz**

**Ex post** realisierte Performance eines Aktienindex  
= Euribor + Risikoprämie –  $\alpha$



(3.7c)

## Neue Gleichgewichtsbedingung (ex ante)

$$E(r_{\text{Aktienindex}}) - E(RP_{\text{Aktienindex}}) = r_f - \alpha = r_f^* \quad (3.4b)$$

- Der risikofreien Zinssatz  $r_f$  wird um  $\alpha$  abgesenkt ( $\alpha > 0$ )
- $r_f^*$  ist der neue Referenz- bzw. Gleichgewichtszinssatz
- Diese Lösung ist finanzmathematisch eindeutig (*strongly unique*)
- $\alpha$  kann man empirisch-ökonomisch schätzen (mit linearer Regression)

## **Ziel**

Wie können Zentralbank und Staat günstige Rahmenbedingungen für Low-Profit-Investitionen schaffen?

## **Zwei Lösungsstrategie**

- Negativzinspolitik der Zentralbank
- Fiskalpolitik (Steuern und Subventionen)

## **Voraussetzung**

Banknoten abschaffen (Rogoff 2016)

## 4.3 Negativzinspolitik

(Kenneth Rogoff, Larry Summers u.a.)

**Der Leitzins der Zentralbank ist negativ**

$$\text{Leitzins} < 0$$

(4.1)

(ca. -3 bis -5% p.a.)

**Flankierende Maßnahmen des Staates**

- Banknoten abschaffen
- Staatlich gefördertes Sparen (Sparzulage)

## Beispiel 4.1

### Kleinsparerer/in

Zinssatz - 3 %

Sparzulage 4 %

Sparzinsen = ... 1 %



## Beispiel 4.2

### Großanleger/in

Geldanlage	1 Mio €
Zinssatz	- 3 %

Geldvermögen am Ende des Jahres: ...	970 000 €
--------------------------------------	-----------

→ **Banknoten abschaffen**

## Beispiel 4.3

### Renditeerwartung der Großanleger/in (reale Investitionen: Aktien, Immobilien ...)

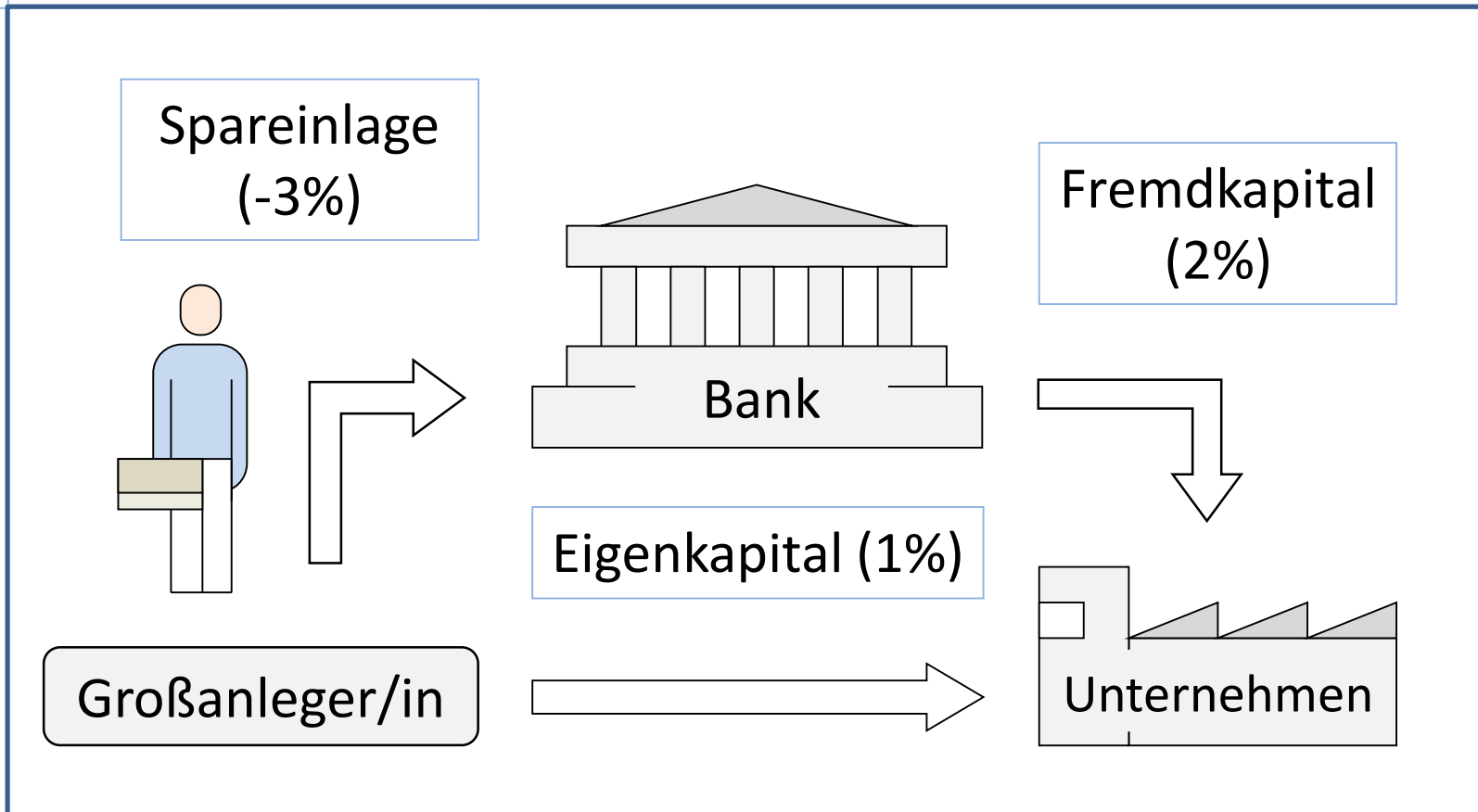
Risikofreier Zinssatz (Libor, Euribor)	- 3 %
Kalkulierte Risikoprämie	4 %

Erwartete Rendite = ...	1 %
-------------------------	-----

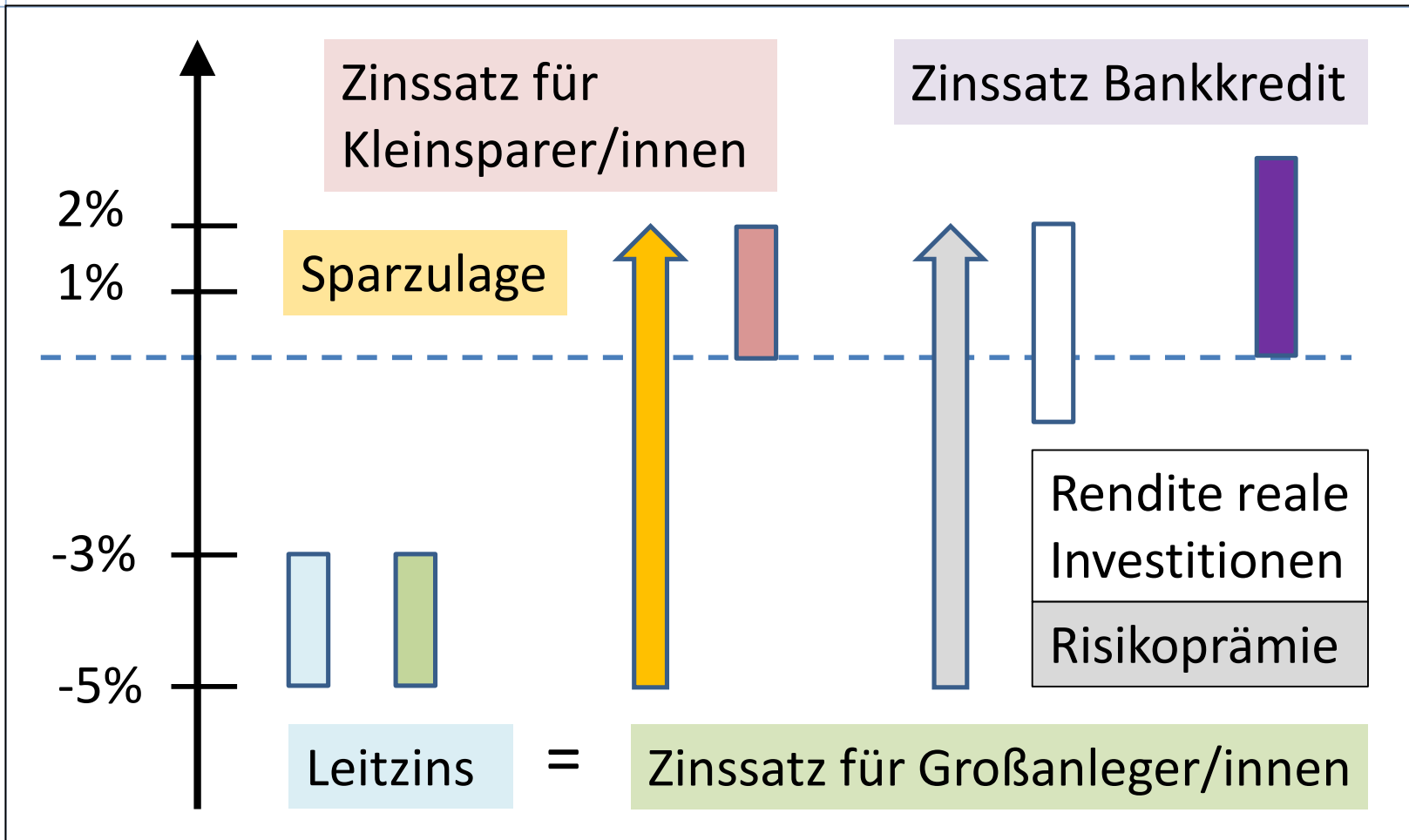
## Beispiel 4.4

### Bankkonditionen

Risikofreier Zinssatz (Libor, Euribor)	- 3 %
Risikoprämie	4 %
Bankgebühren	1 %
Zinssatz für Bankkredit = ...	2 %



**Abb. 4.1:** Unternehmensfinanzierung (Negativzinspolitik)



**Abbildung 4.2:** Negativzinspolitik

## 4.4 Fiskalpolitische Maßnahmen

**Der Leitzins der Zentralbank ist positiv**

$$\text{Leitzins} > 0$$

(4.2)

**Flankierende Maßnahmen des Staates**

- Banknoten abschaffen
- Vermögensteuer auf risikofreie Anlagen
- Zinsgünstige Förderkredite

## Zusätzliche Annahme

(A3) Risikofreie Anlagen werden besteuert

### Beispiel 4.5

Zinssatz:  $r_f = 2\%$


Abgeltungsteuer:  $\tau = \dots = 25\%$

Zinssatz nach Steuern (*after taxes*):

$$r_{f,at} = (1 - \tau) \cdot r_f = \dots = 1,5\%$$


(4.3)

## Abgeltungsteuer (Kapitalertragsteuer)

- Zinsen auf sichere Geldanlagen: Giro-, Tages- und Festgeldkonten, Staatsanleihen u.a.
- Dividenden und Kursgewinne von Wertpapieren (Aktien, Anleihen u.a.)
- Linearer Tarif (*flat rate*)
- Quellensteuer / Abgeltungssteuer
- Steuerfreibetrag 



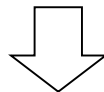
## Spezielle Vermögensteuer auf sichere Geldanlagen

- Tages- und Festgeldkonten, Staatsanleihen ...
- Anstelle der bisherigen Kapitalertragsteuer (sog. Abgeltungsteuer)
- Betrifft keine realen Anlagen (Aktien, Anteile einer GmbH, Immobilien u.a.)
- Linearer Tarif (*flat rate*)
- Quellensteuer / Abgeltungssteuer
- Steuerfreibetrag 

## Beispiel 4.6: EU-weite Vermögensteuer von 3% und Jahr auf alle sicheren Geldanlagen über 100 000 €



Nationale  
Kapitalertragsteuern



Einheitliche, EU-weite  
**Vermögensteuer auf sichere Geldanlagen**

**Abbildung 4.3:**  
Vermögensteuer  
statt Ertragsteuer

## Ertragsteuer versus Vermögensteuer

Vermögensteuer:

- besteuert aus der Substanz
- erfasst auch unverzinsliche Konten
- erlaubt eine höhere Besteuerung als eine Ertragsteuer
- **Zinssätze können nach Steuern negativ werden**

(  $\leftrightarrow$  Analogie zur Negativzinspolitik / Kap. 4.3)

## Der risikofreier Zinssatz nach Steuern (*after taxes*)

Bei einer Zinsertragsteuer (  $\tau$  ) gilt:

$$r_{f,at} = (1 - \tau) \cdot r_f \quad (4.3)$$

Bei einer **Vermögensteuer (  $v$  )** gilt:

$$r_{f,at} \approx r_f - v \quad (4.4)$$

Freibetrag 

## Beispiel 4.7

(Großanleger/innen)

Zinssatz 2 %

**Vermögenssteuersatz** **3 %**

Zinssatz nach Steuern  $\approx \dots$   $\approx -1 \%$

Freibetrag 

## Beispiel 4.8

Geldvermögen		1 Mio €
Zinssatz		2 %
Steuerfreibetrag		100 000 €
<b>Vermögenssteuersatz</b>		<b>3 %</b>

Steuerschuld am Ende des Jahres = ...	= 27 600 €
---------------------------------------	------------

→ **Banknoten abschaffen**

## Renditegleichung nach Steuern (*after taxes*)

Unter den Annahmen A1 - A3 gilt für alle realen Anlagen (Aktien, Anteile einer GmbH, Immobilien u.a.):

$$E(r_j)_{at} = r_{f,at} + E(RP_j) \quad (4.6)$$

- Der risikofreie Zinssatz nach Steuern ( $r_{f,at}$ ) ist die neue Referenzgröße für Investor/innen
- Investor/innen reduzieren bei realen Anlagen ihre Renditeerwartung

## Renditegleichung nach Steuern

Bei einer Zinsertragsteuer ( $\tau$ ):

$$E(r_j)_{\text{at}} = (1 - \tau) \cdot r_f + E(RP_j) \quad (4.7)$$

Bei einer **Vermögensteuer** ( $v$ ):

$$E(r_j)_{\text{at}} \approx (r_f - v) + E(RP_j) \quad (4.8)$$



## Beispiel 4.9

### Renditeerwartung der Großanleger/innen

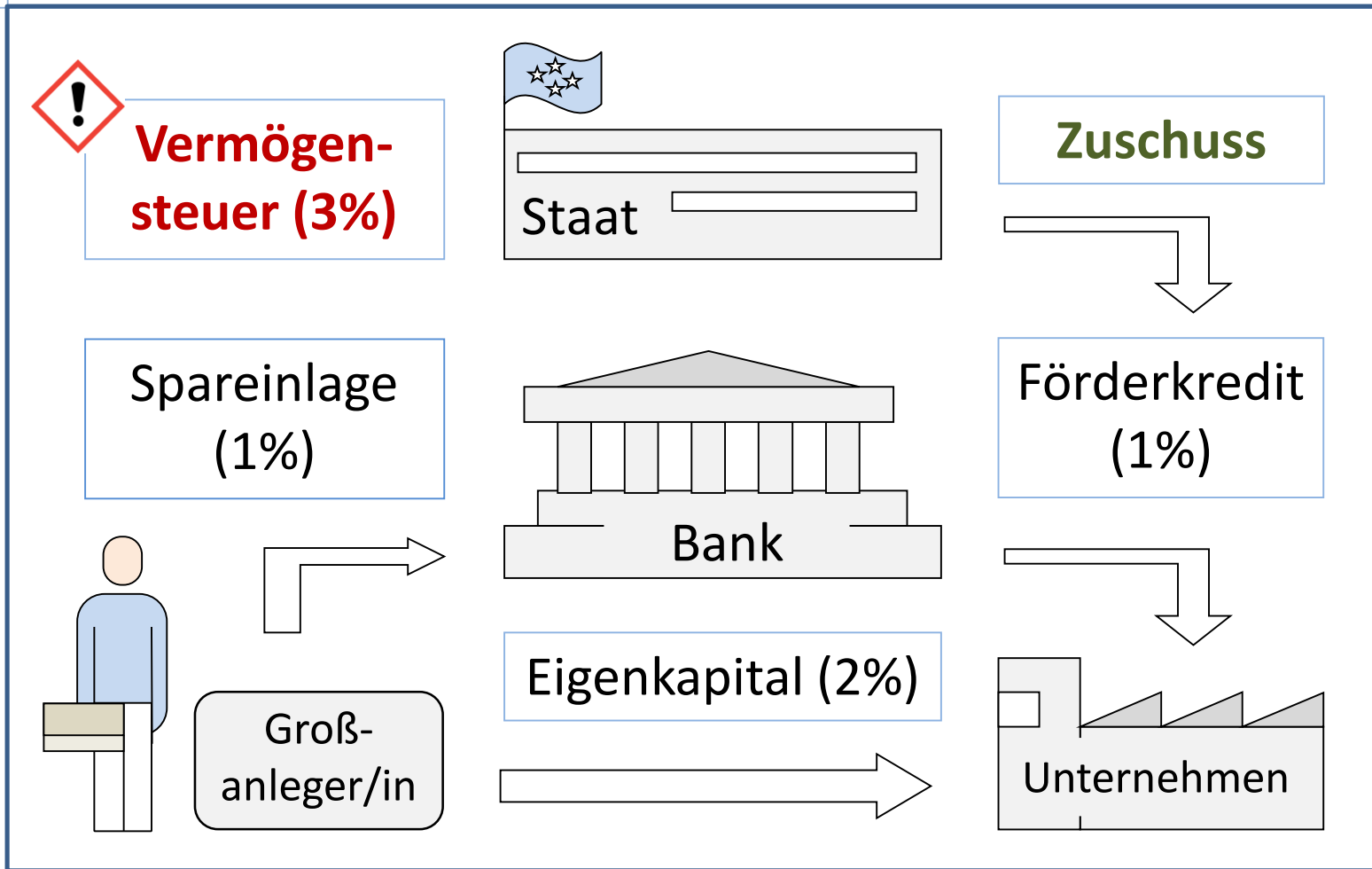
(reale Anlagen: Aktien, Anteile einer GmbH, Immobilien ...)

Risikofreier Zinssatz (Libor, Euribor) 1 %

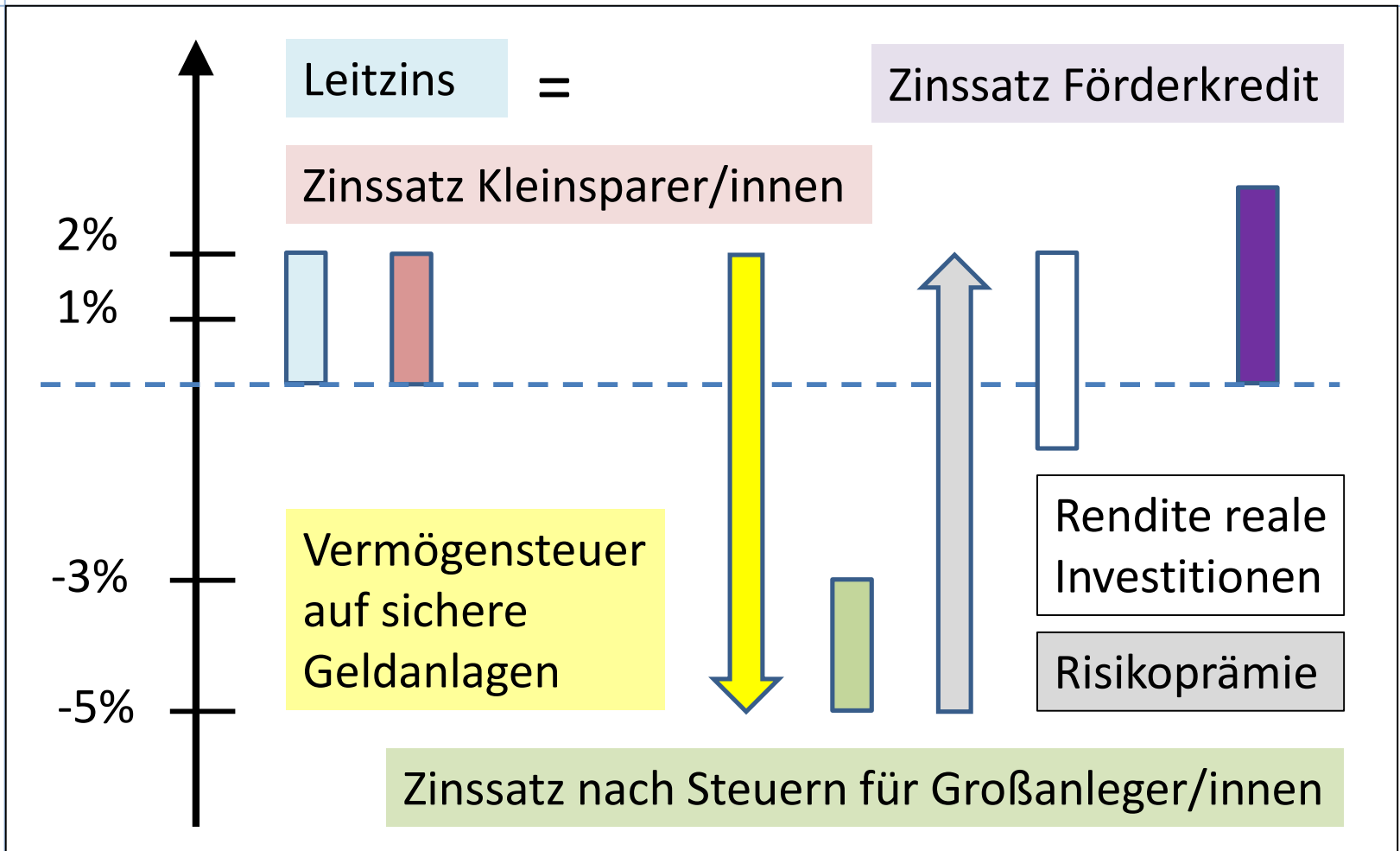
**Vermögenssteuersatz** 3 %

Erwartete Risikoprämie 4 %

Erwartete Rendite  $\approx \dots \approx (1\% - 3\%) + 4\% = 2\%$



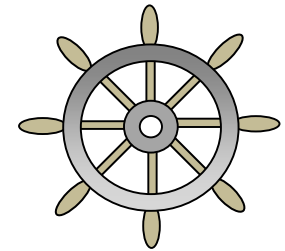
**Abbildung 4.4:** Unternehmensfinanzierung (Fiskalpolitik)



**Abbildung 4.5:** Vermögensteuer und Förderkredit

## Steuer mit Lenkungsfunktion

(Fahrbach 2014)



Großanleger/innen (institutionelle Anleger) ...

- investieren eher in reale Werte
- reduzieren ihre Renditeerwartung bei realen Anlagen
- stellen Unternehmen günstig Eigenkapital zur Verfügung
- beteiligen sich an Low-Profit-Organisationen

## 4.5 *Two-agent economy*

### **Ausgangssituation**

- Konjunkturschwäche / Baisse auf dem Aktienmarkt

### **Zwei Lösungswege**

- Negativzinspolitik der Zentralbank
- Vermögensteuer auf sichere Geldanlagen

### **Zwei Gruppen von Anleger/innen**

- Kleinsparer/innen
- Großanleger/innen

## **Kleinsparerer/innen**

- Privatpersonen, Haushalte, Vereine u.a.
- Positive Zinsen: 1-2%  
(Sparzulage bzw. Steuerfreibetrag)

## **Anlageverhalten**

- Bevorzugen sichere Geldanlagen  
(Tages- und Festgelder, Staatsanleihen u.a.)
- Meiden reale (risikobehaftete) Anlagen  
(Aktien, Anteile einer GmbH, Immobilien u.a.)

## **Großanleger/innen**

- Vermögende Privatpersonen
- Negative Zinsen (nach Steuern): -3 bis -5%

## **Anlageverhalten**

- Bevorzugen reale (risikobehaftete) Anlagen  
(Aktien, Anteile einer GmbH, Immobilien u.a.)
- Meiden sichere Geldanlagen  
(Tages- und Festgeldkonten, Staatsanleihen u.a.)

## **Institutionelle Anleger**

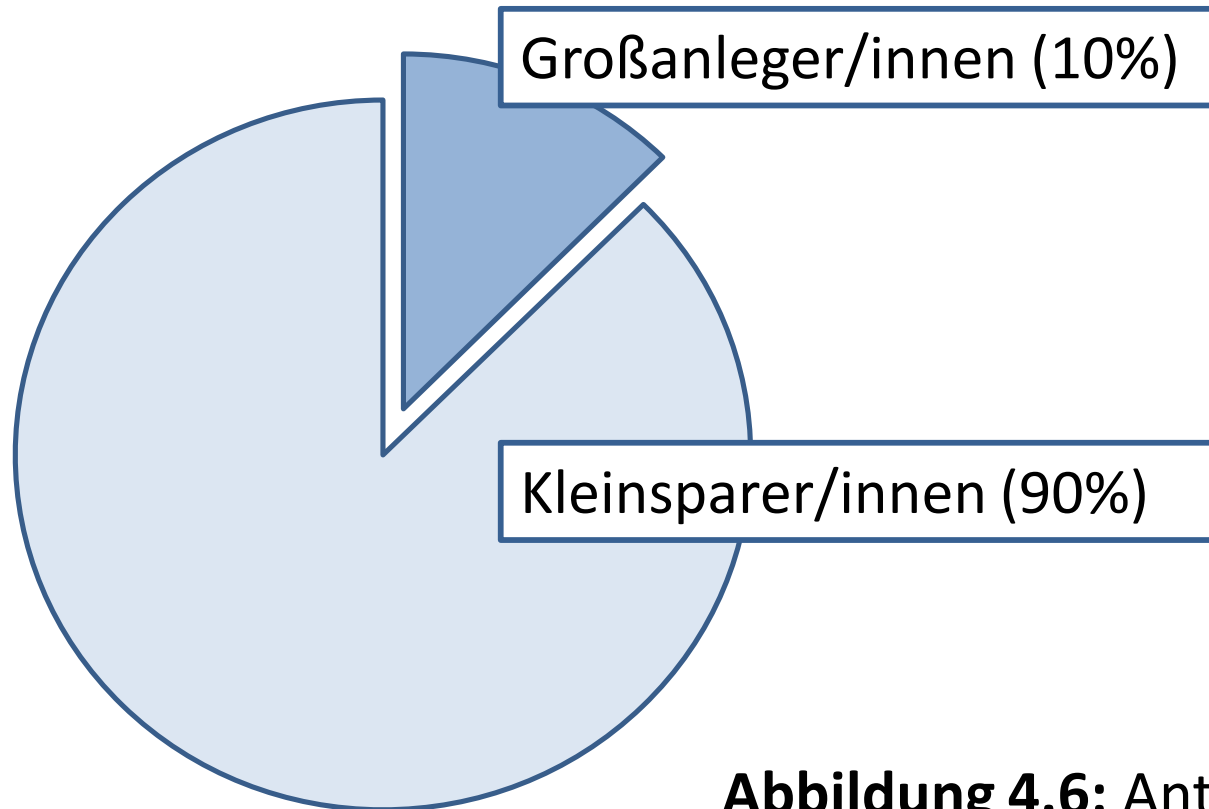
(Banken, Versicherungen, Pensionskassen, Investment- und Fondsgesellschaften, Kirchen, Stiftungen, Bund und Länder)

- veranlagen sowohl Gelder von Kleinsparer/innen als auch von vermögenden Privatpersonen
- veranlagen auch eigene Gelder in hohen Summen  
→ den Großanlegern zuordnen

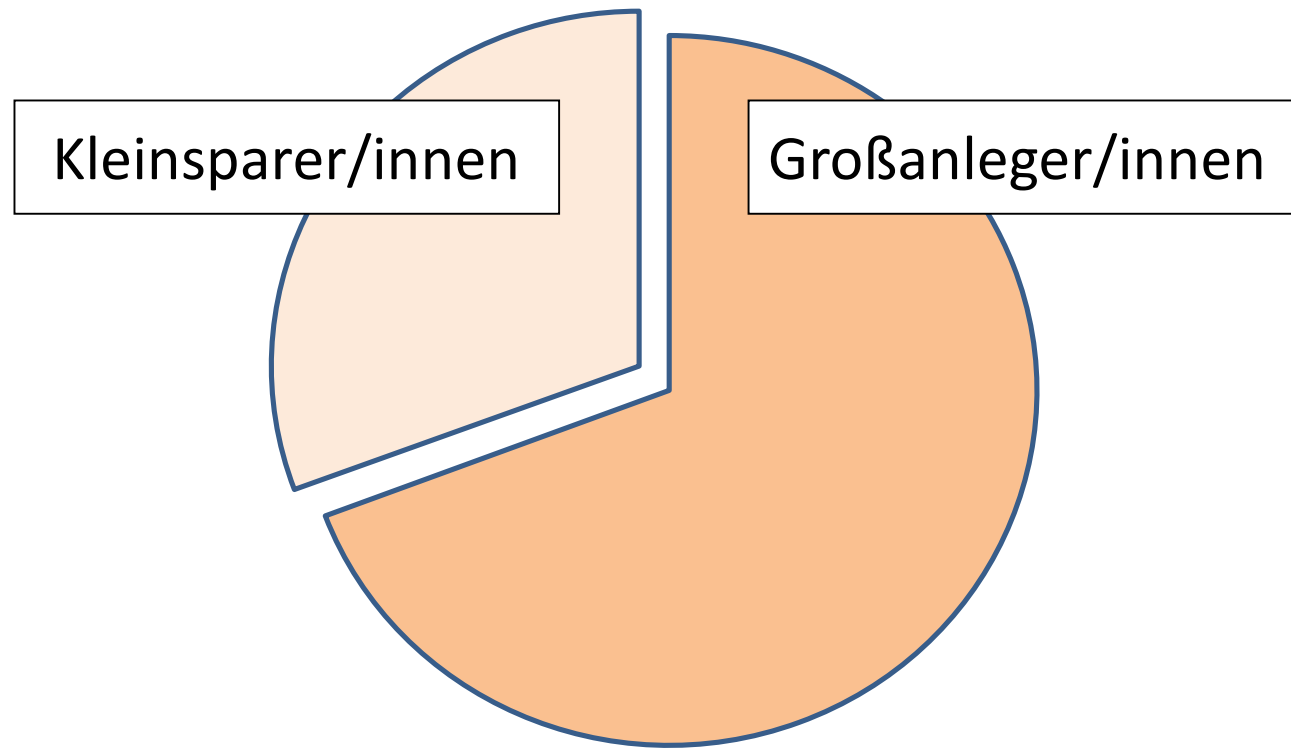
## **Anlageverhalten**

- Bevorzugen Staatsanleihen anstelle von Aktien

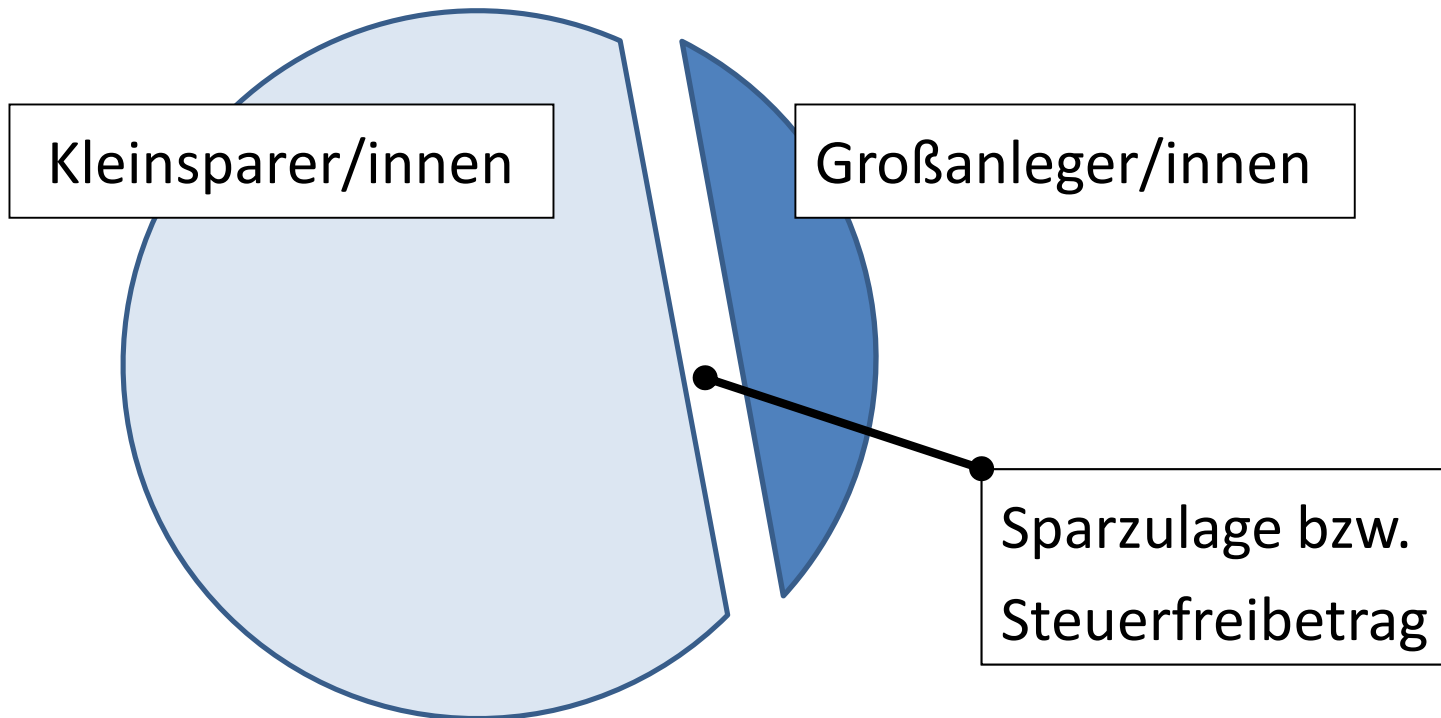




**Abbildung 4.6:** Anteil an der Gesamtheit der Anleger/innen



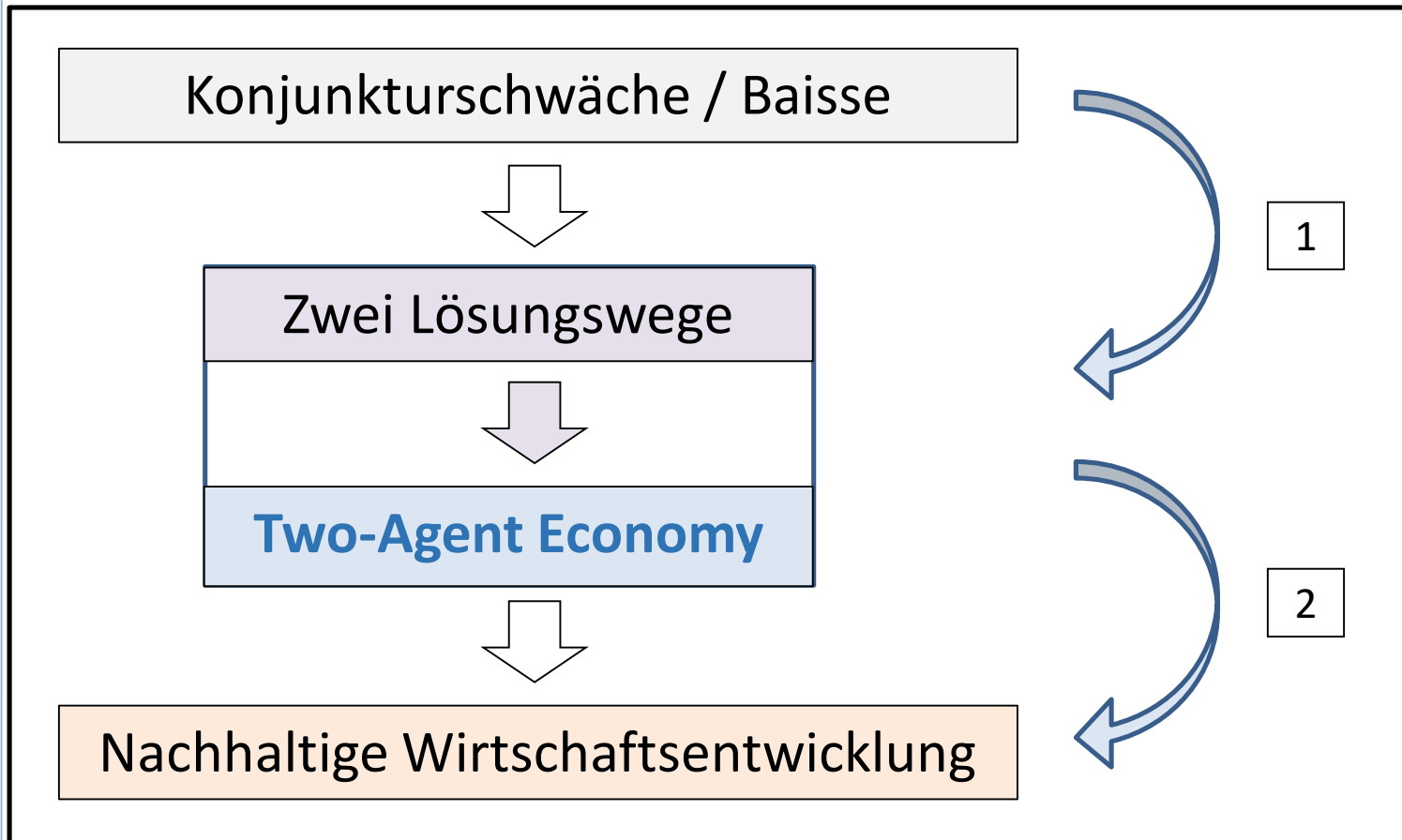
**Abbildung 4.7:** Anteil am Gesamtvermögen  
(Grabka et al. 2020)



**Abbildung 4.8:** *Two-agent economy*

## Diskussion

- Ist es legitim, Großanleger/innen in die Pflicht nehmen, damit Unternehmen günstig Eigenkapital erhalten?
- Werden Kleinsparer/innen hinreichend entlastet?
- Welche Rolle spielen institutionelle Anleger?  
(Banken, Versicherungen, Kirchen, Stiftungen u.a.)
- Ist eine *Two-agent economy* die Voraussetzung für eine nachhaltige Wirtschaftsentwicklung?



**Abbildung 4.9:** *Two-agent economy* als Zwischenschritt

## 4.6 Förderkredite

### 1) Öffentlich-rechtliche Förderbanken

- Kreditanstalt für Wiederaufbau (KfW)
- Europäische Investitionsbank (EIB)

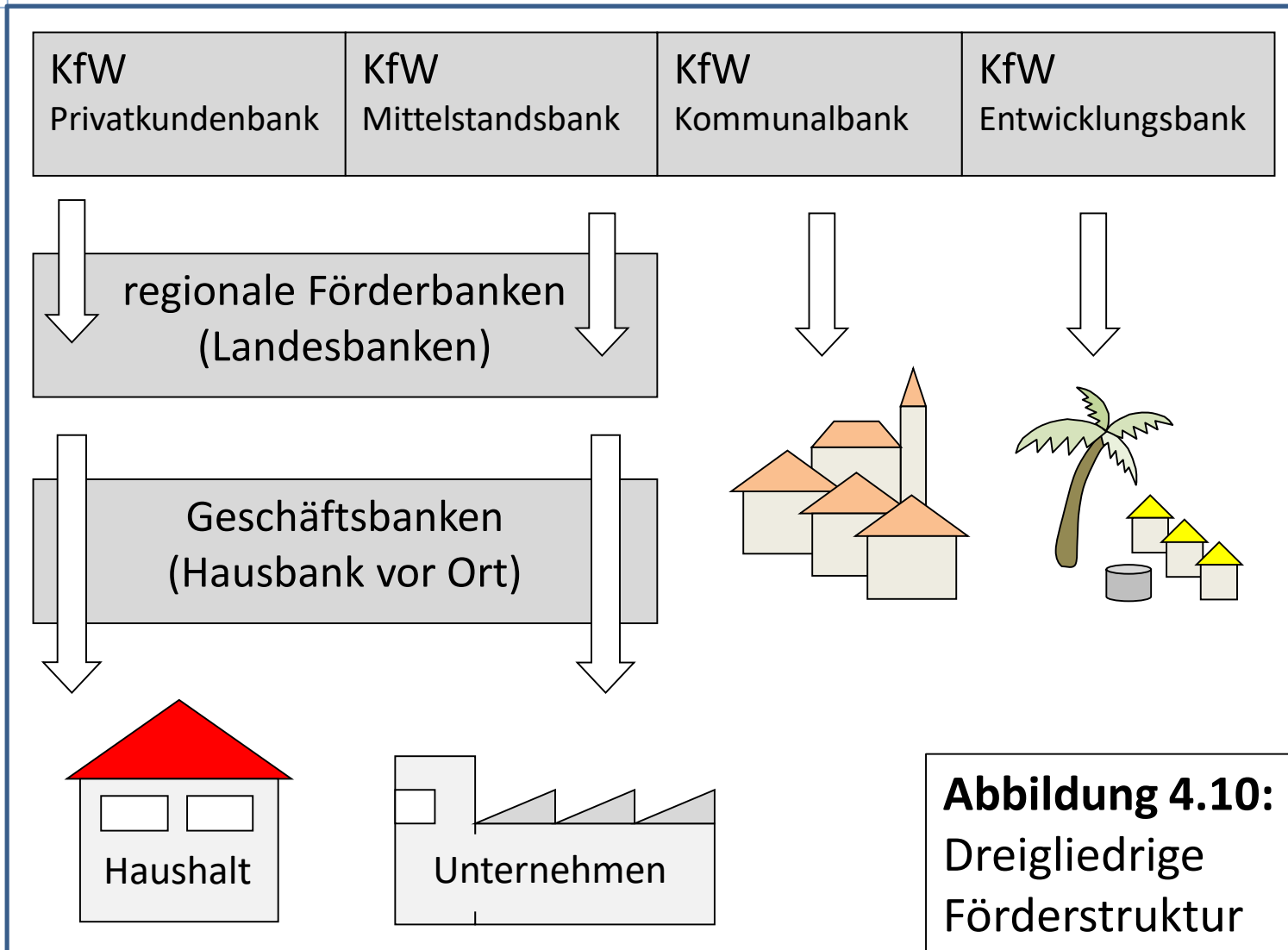
### 2) Öffentlich-rechtliche Förderstelle

- Normaler Bankkredit
- Staat gewährt Zuschuss, um die Zinskosten für Kreditnehmer/innen zu reduzieren

## **Förderbank KfW**

Norbert Irsch, Chefvolkswirt der KfW (2008):

Die KfW „steht mit ihren Finanzierungsangeboten auch dann bereit, wenn andere Institutionen sich zurückhalten. Ihrer Tätigkeit liegt ein gesetzlicher Förderauftrag zugrunde, etwa in den Bereichen Mittelstand, Umweltschutz, Wohnungswirtschaft, Infrastruktur, Bildungsförderung oder Entwicklungszusammenarbeit.“





## Dreigliedrige Förderstruktur

- (1) Kreditnehmer/innen** stellen Förderantrag  
(bei der Hausbank)
- (2) Hausbank** prüft die Bonität, hilft beim Förderantrag,  
reicht diesen bei der Förderstelle ein und zahlt den  
Förderkredit aus
- (3) Förderbank / Förderstelle** gibt die Förderrichtlinien  
vor, prüft und bewilligt Förderanträge

## Förderkredit

Michael Schneider (LfA Förderbank Bayern 2008):

„Der Klassiker im Fördergeschäft sind zinsgünstige, langfristige Darlehen für jede Unternehmensphase: Für Start-ups ebenso wie für innovative Vorhaben, für Erweiterungsmaßnahmen oder aber schwierige Unternehmenssituationen.“

## Beispiel 4.10

Zinssatz für Bankkredit: 5%

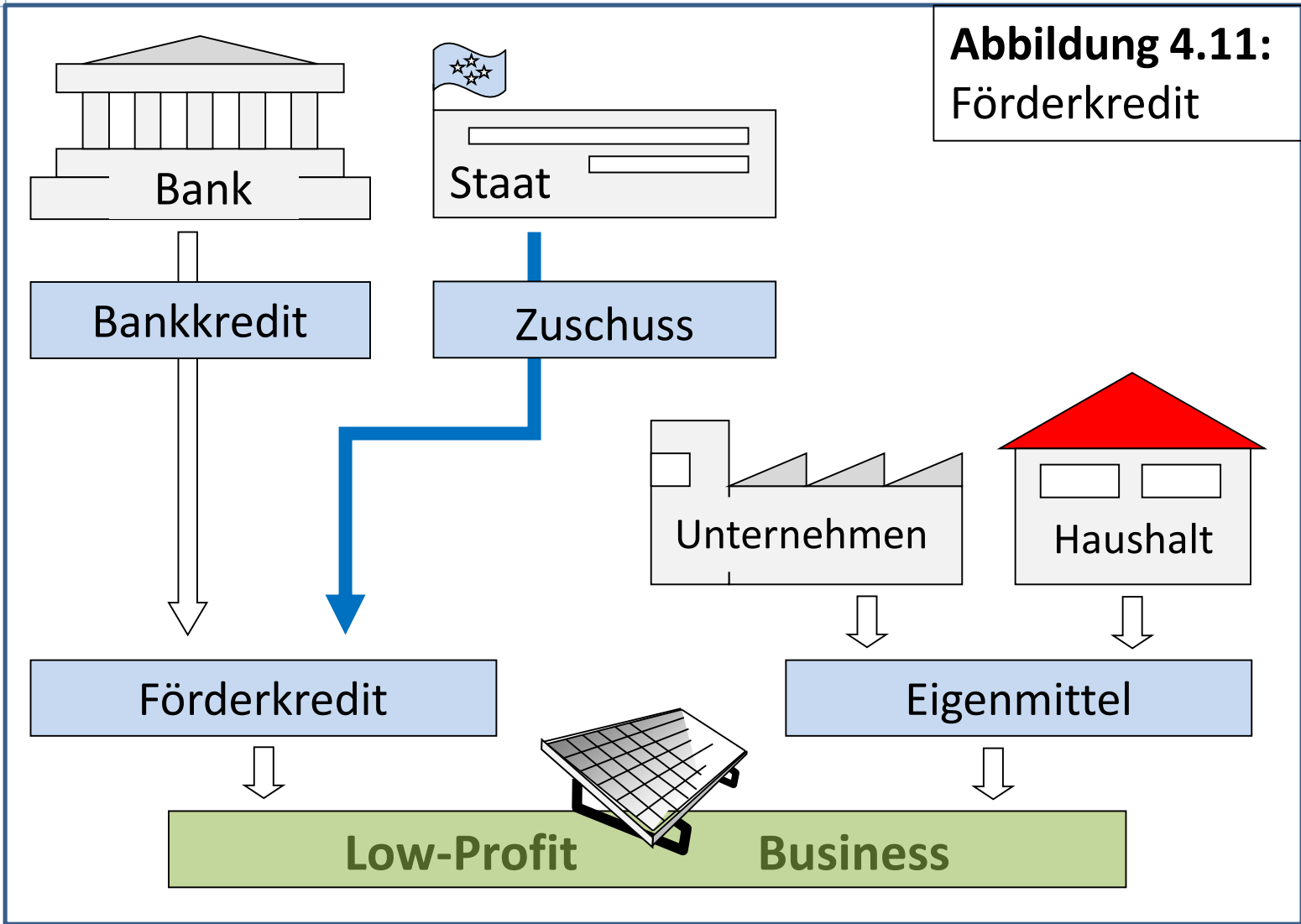
**Zinsverbilligungsrate: 4%**

Zinssatz für Förderkredit

= ... = Zinssatz für Bankkredit – **Zinsverbilligungsrate**

= 5% – **4%** = 1 %

**Abbildung 4.11:**  
Förderkredit

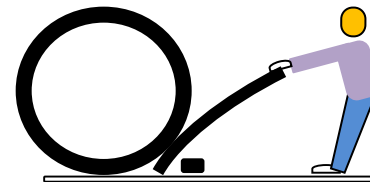


## Win-win-win-Situation

- **Kreditnehmer/innen** erhalten günstige Kredite (Haushalte, Vereine, Unternehmen u.a.)
- **Banken** sind am Fördergeschäft beteiligt und können Kredite vergeben
- **Der Staat** kann Gemeinwohlziele verfolgen

**Förderkredite**

**= Hebel für private Investitionen**



## Diskussion

- Förderrichtlinien: einheitlich, transparent, verwaltungsarm
- Höhe der Förderzuschüsse?
- Verwaltungsebenen: EU, Bund, Länder, Kommunen
- CSR-Nachhaltigkeitsberichterstattung
- Managergehälter von beteiligten Banken und geförderten Unternehmen deckeln?
- Auswirkung auf den Wettbewerb?
- Gesamtwirtschaftliche Gegenfinanzierung?

## 5 Betriebswirtschaftliche Aspekte

### 5.1 Klassische Unternehmensfinanzierung

#### Kapitalkosten (*Cost of capital*)

- **Kostenrechnung:** Zinskosten (Zinsen) auf das durchschnittlich gebundene Kapital
- **Investitionsrechnung:** Diskontierung (Abzinsung) künftiger Nettoeinnahmen (*Net cash flow*)

## Klassische BWL

Kapitalkostensatz für Eigenkapital  
= Renditeerwartung der Investor/innen

Kapitalkostensatz für Fremdkapital  
= Zinssatz für Bankkredit

(Abbildung 3.2)



## 5.2 Unternehmensfinanzierung in einer *Two-agent economy*

### 1) Negativzinspolitik

- Der risikofreie Zinssatz ist negativ (-3% bis -5%)
  - negative Zinsen für Großanleger/innen
  - beteiligen sich an Unternehmen
- Sparzulage für Kleinsparer/innen
  - positive Zinsen für Kleinsparer/innen (1-2% p.a.)
  - beteiligen sich nicht an Unternehmen

## Großanleger/innen und institutionelle Anleger

$$\text{Kapitalkostensatz für Eigenkapital} = r_f + E(RP_j)$$

(klassische Renditegleichung 3.4)

$$\begin{aligned} \text{Kapitalkostensatz für Fremdkapital} \\ = r_f + E(RP_j) + \text{Bankgebühren} \end{aligned}$$

## Fazit

- Kleinsparerer/innen spielen keine Rolle bei der Unternehmensfinanzierung
- Großanleger/innen stellen den Unternehmen günstig Eigenkapital zur Verfügung
- Unternehmen erhalten zinsgünstige Bankkredite
- Unternehmen können Low-Profit Business betreiben
- Steuern und Subventionen haben keinen Einfluss auf die Kapitalkosten

## 2) Vermögensteuer auf sichere Geldanlagen

- Der risikofreie Zinssatz ist positiv (1-2%)
- Vermögensteuer auf sichere Geldanlagen
  - negative Zinsen für Großanleger/innen **nach Steuern**
  - beteiligen sich an Unternehmen
- Freibetrag für Kleinsparer/innen
  - positive Zinsen für Kleinsparer/innen (1-2% p.a.)
  - beteiligen sich nicht an Unternehmen
- Zinsgünstige Förderkredite

## Großanleger/innen und institutionelle Anleger

Kapitalkostensatz für Eigenkapital  $\approx (r_f - \mathbf{v}) + E(RP_j)$

**v = spezielle Vermögensteuer auf risikofreie Anlagen**

(Renditegleichung nach Steuern 4.8)

## Fremdfinanzierung

Kapitalkosten für Fremdkapital = Zinssatz für Förderkredit

## Fazit

- Kleinsparerer/innen spielen keine Rolle bei der Unternehmensfinanzierung
- Großanleger/innen stellen den Unternehmen günstig Eigenkapital zur Verfügung
- Unternehmen erhalten zinsgünstige Förderkredite
- Unternehmen können Low-Profit Business betreiben
- Steuern und Subventionen beeinflussen die Kapitalkosten

## 5.3 Pachtmodelle

(Beispiel Solaranlage)

- Kunde stellt Stellfläche bereit  
(Haushalt, Verein, Unternehmen u.a.)
- EVU beschafft, installiert und betreibt die Solaranlage
- EVU verpachtet die Solaranlage an Kunden
- EVU verkauft Dienstleistung (Strom) an Kunden



- Dezentraler Stromversorger (GmbH)
- Crowdfunding (2014): 143 Darlehensgeber (ab 250 €), Gesamtsumme 180 000 €, Zeitraum 10 Jahren, Verzinsung: 4,5 % p.a.

<https://www.econeers.de/investmentchancen/dz4>

Welt der Wunder 2020

<https://www.youtube.com/watch?v=x-BUnAk9etQ&t=50s>

Stadtwerke Ahrensburg 2019

<https://www.youtube.com/watch?v=vq-audYcYzA>



## Pachtmodell in einer *Two-agent economy*

(Beispiel Solaranlage)

- **Großanleger/innen** stellen EVU günstig Eigenkapital zur Verfügung
- **Banken** stellen günstig Fremdkapital zur Verfügung (ggf. Förderkredite)
- **EVU** können Low-Profit Business betreiben
- **Kunden** beziehen günstigen Strom

## 5.4 Kapitalkostenanteil in Preisen

### **Kostenstruktur im Unternehmen**

- Investitionsausgabe (Anschaffungskosten)
- Kapitalkosten (Zinsen)
- Nutzungsdauer (Abschreibungsdauer)
- Betriebskosten
- Personalkosten
- usw.

## Klassischer Business Case

- Kapitalkostensatz  $\geq 5\%$
- Kapitalkosten machen  $\frac{1}{3}$  bis  $\frac{2}{3}$  am Preise von Gütern und Dienstleistungen aus
- Konsument/innen zahlen überteuerte Preise, z.B. überhöhte Mieten (Creutz 1987)

## Low-Profit Case

- Kapitalkostensatz = 1-3%
- Geringer Kapitalkostenanteil in den Preisen
- Unternehmen können billiger produzieren  
→ Wettbewerbsvorteil
- Günstige Preise für Konsument/innen

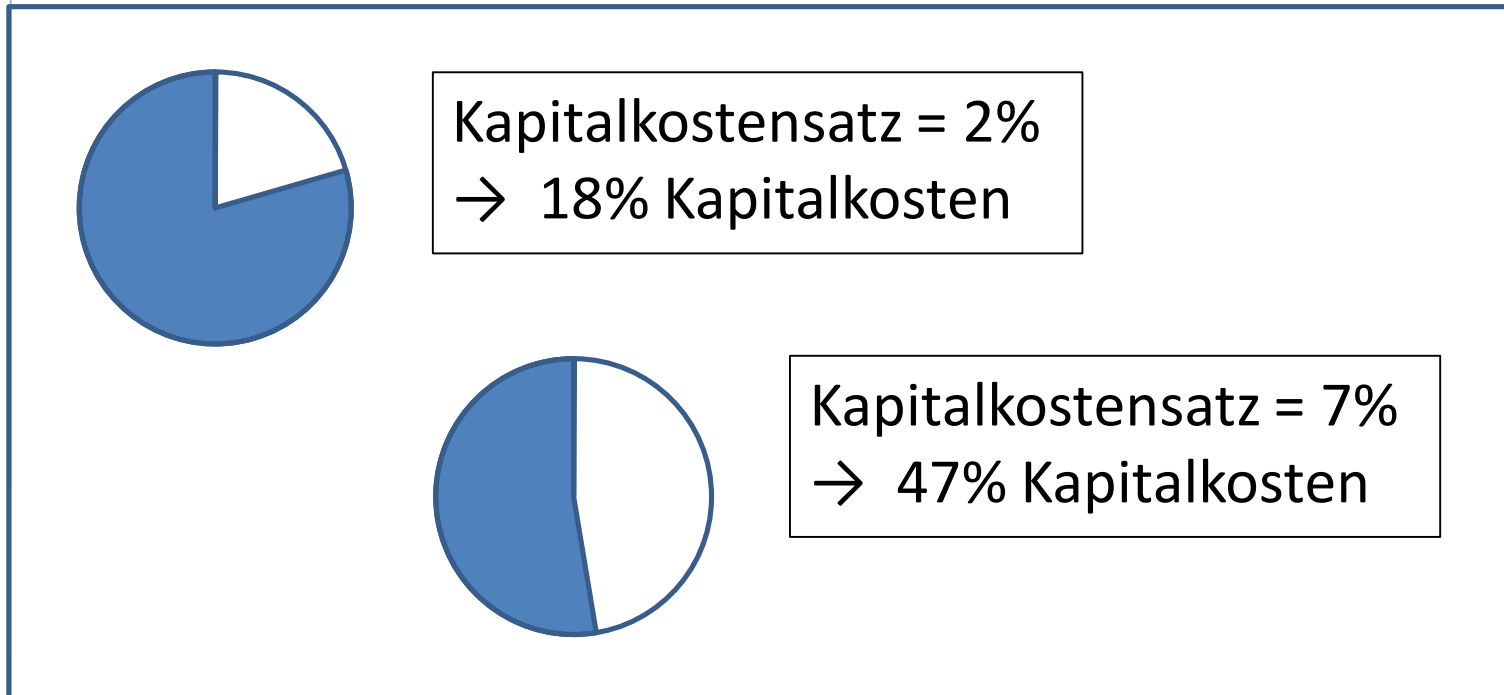
→ **Win-Win-Situation**

## Beispiel 5.1

Kostenstruktur einer Solaranlage:

- hohe Anschaffungskosten
- geringe Betriebskosten (1-2% der Investitionsausgabe)
- lange Nutzungsdauer (20 – 30 Jahre)

Wie wirken sich die Kapitalkosten auf die Stromerzeugungskosten und den Strompreis aus?



**Abbildung 5.1:** Anteil der Kapitalkosten am Strompreis (Nutzungsdauer 20 Jahre)

## 6 Stochastische Größen

### Definition

Eine stochastische Größe  $X(\omega)$  bezeichnet ein stochastisches Experiment, bei dem die möglichen Versuchsausgänge (Elementarereignisse) reelle Zahlen sind.

**Elementarereignisse** werden mit  $\omega$  oder  $x$  bezeichnet und sind reelle Zahlen:  $\omega \in \mathbb{R}$  oder  $x \in \mathbb{R}$

Beispiel „Würfel“

Beispiel „Rendite eines Wertpapiers“

## Ereignisraum ( $\Omega$ )

Menge aller möglichen Elementarereignisse

- Diskrete stochastische Größe:  
 $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3 \dots\}$  oder  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3 \dots \omega_n\}$
- Kontinuierliche stochastische Größe:  
z. B.  $\Omega = \mathbb{R}$ ,  $\Omega = \mathbb{R}^+ = [0, \infty]$

Beispiel „Würfel“:  $\Omega = \dots = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Beispiel „Rendite“:  $\Omega = \dots = \mathbb{R}$



## Ereignis

Ein Ereignis  $A$  ist eine beliebige Teilmenge des Ereignisraumes:  
 $A \subset \Omega$ .

- Ereignisse einer diskreten stochastischen Größe,  
z. B.  $A_1 = \{\omega_4\}$ ,  $A_2 = \{\omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_7\}$
- Ereignisse einer kontinuierlichen stochastischen Größe  
sind Intervalle, z. B.  $A_1 = [a, b]$ ,  $A_2 = [0, \infty]$

Beispiel „Würfel“:  $A_1 = \dots = \{4\}$ ,  $A_2 = \{1, 3, 5\}$  usw.

Beispiel „Rendite“:  $A_1 = \dots = [-0,1, 0,1]$ ,  $A_2 = [0, \infty]$  usw.

# Wahrscheinlichkeit

Definition:

- Die Funktion  $\mathbb{P}$  ordnet jedem Ereignis  $A$  eine bestimmte Wahrscheinlichkeit  $\mathbb{P}(A)$  zu
- $\mathbb{P}(A) \in [0, 1]$
- $\mathbb{P}(\Omega) = 1 = 100\%$

Beispiel „Würfel“:  $A_2 = \{1, 3, 5\}$ ,  $\mathbb{P}(A_2) = \frac{1}{2} = 50\%$

Beispiel „Rendite“:  $A_2 = [0, \infty]$ ,  $\mathbb{P}(A_2) = 0,7 = 70\%$

## Parameter

Diskrete stochastische Größe  $X(\omega)$  mit endlich vielen Elementarereignissen  $(\omega_1, \omega_2 \dots \omega_n)$ :

## Erwartungswert (Mittelwert)

$$E[X(\omega)] = \omega_1 \cdot \mathbb{P}(\omega_1) + \omega_2 \cdot \mathbb{P}(\omega_2) + \dots + \omega_n \cdot \mathbb{P}(\omega_n)$$

## Beispiel

$$E(\text{Würfel}) = \dots = \frac{1}{6} \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 3,5$$

## Varianz

(mittlere quadratische Abweichung vom Mittelwert)

$$\begin{aligned}\text{Var}[X(\omega)] &= (\omega_1 - E[X(\omega)])^2 \cdot \mathbb{P}(\omega_1) + (\omega_2 - E[X(\omega)])^2 \cdot \mathbb{P}(\omega_2) \\ &\quad + \dots + (\omega_n - E[X(\omega)])^2 \cdot \mathbb{P}(\omega_n)\end{aligned}$$

## Beispiel

$$\begin{aligned}\text{Var}(\text{Würfel}) &= \frac{1}{6} \cdot [ (1 - 3,5)^2 + (2 - 3,5)^2 + \dots + (6 - 3,5)^2 ] \\ &= \dots\end{aligned}$$

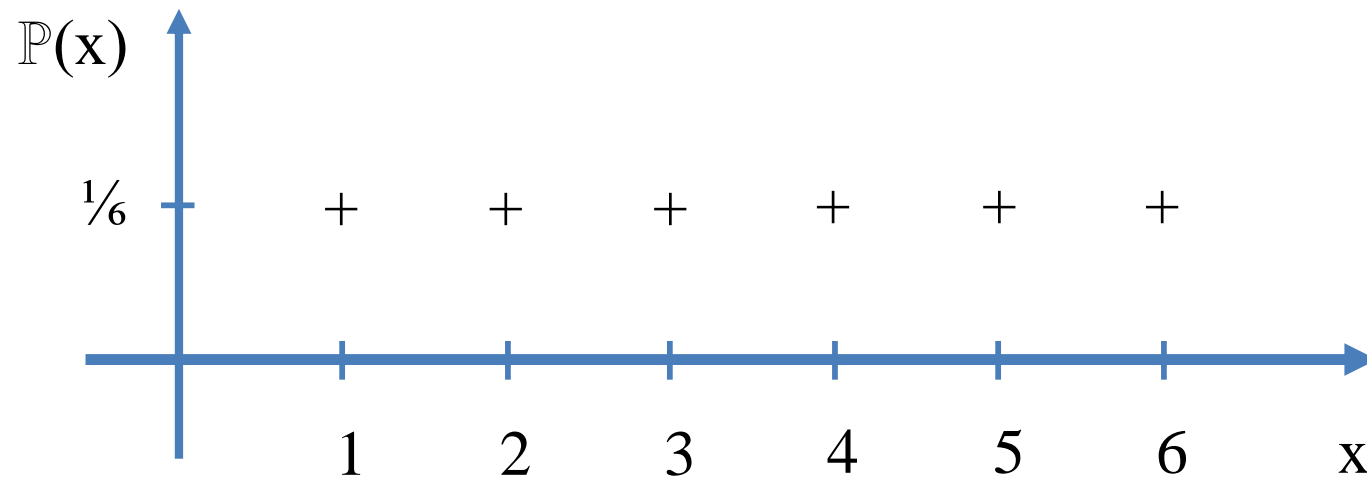
## Wahrscheinlichkeitsverteilung

### Darstellung im Koordinatensystem

- Elementarereignisse werden mit  $x$  bezeichnet und sind reelle Zahlen auf der Abszisse ( $x$ -Achse).
- Bei einer diskreten stochastischen Größe werden die zugehörigen Punktwahrscheinlichkeiten  $\mathbb{P}(x)$  auf der Ordinate ( $y$ -Achse) angegeben
- Bei einer kontinuierlichen stochastischen Größe wird die Dichtefunktion  $f(x)$  auf der Ordinate abgebildet

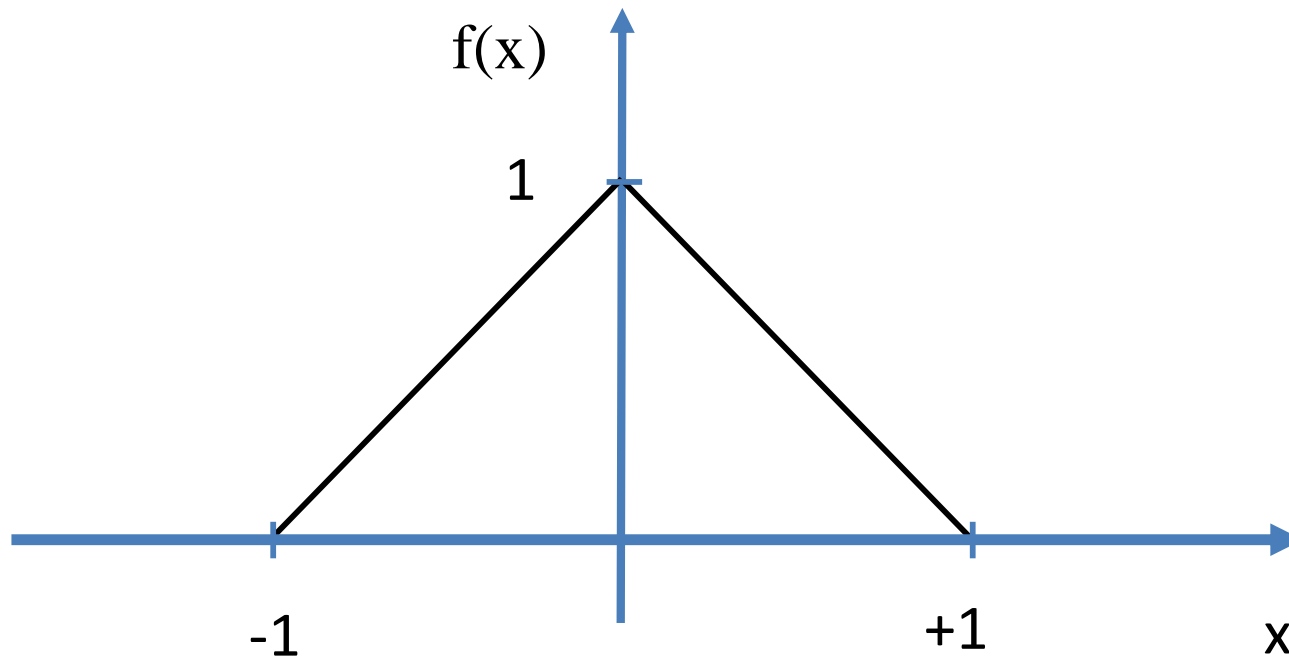
a) Diskrete stochastische Größe

Punktwahrscheinlichkeiten im  $x$ - $\mathbb{P}$ -Koordinatensystem



**Abbildung 6.1:** Wahrscheinlichkeitsverteilung eines Würfels

## b) Kontinuierliche stochastische Größe

**Abbildung 6.2:** Beispiel für eine Dichtefunktion

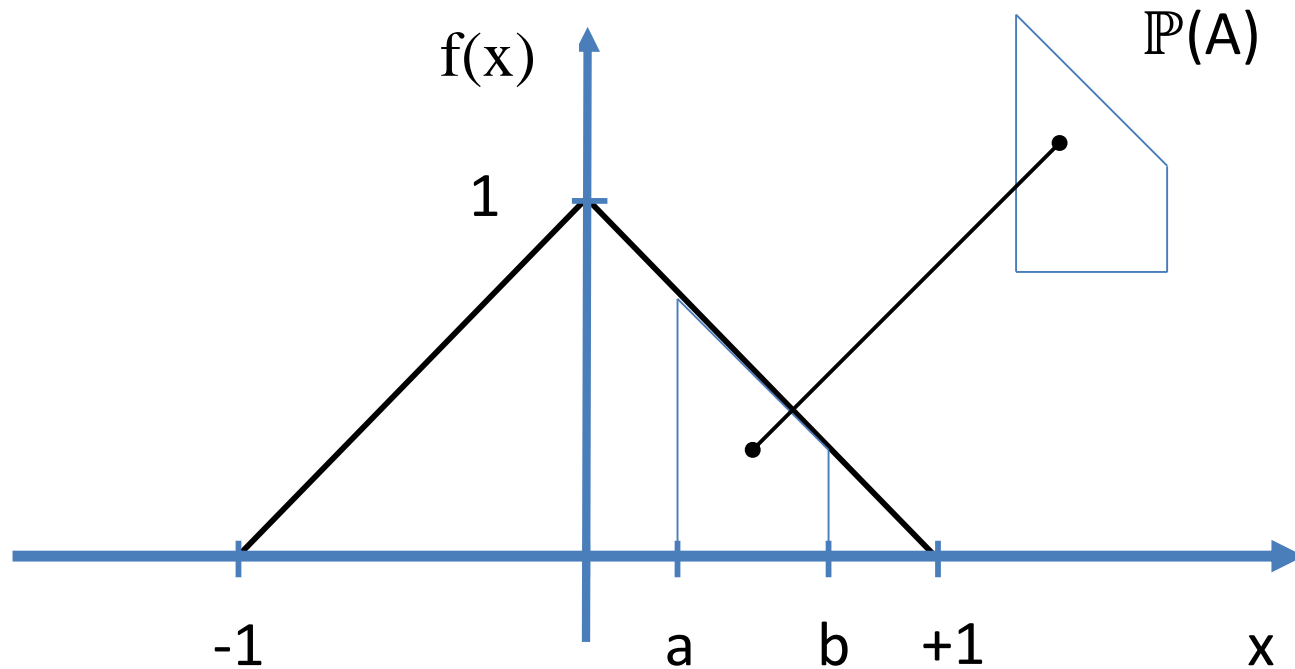
## Charakteristiken der Dichtefunktion

Die Wahrscheinlichkeit  $\mathbb{P}(A)$  eines Ereignisses  $A = [a, b]$  entspricht genau der Fläche unter der Kurve zwischen  $x_1 = a$  und  $x_2 = b$ .

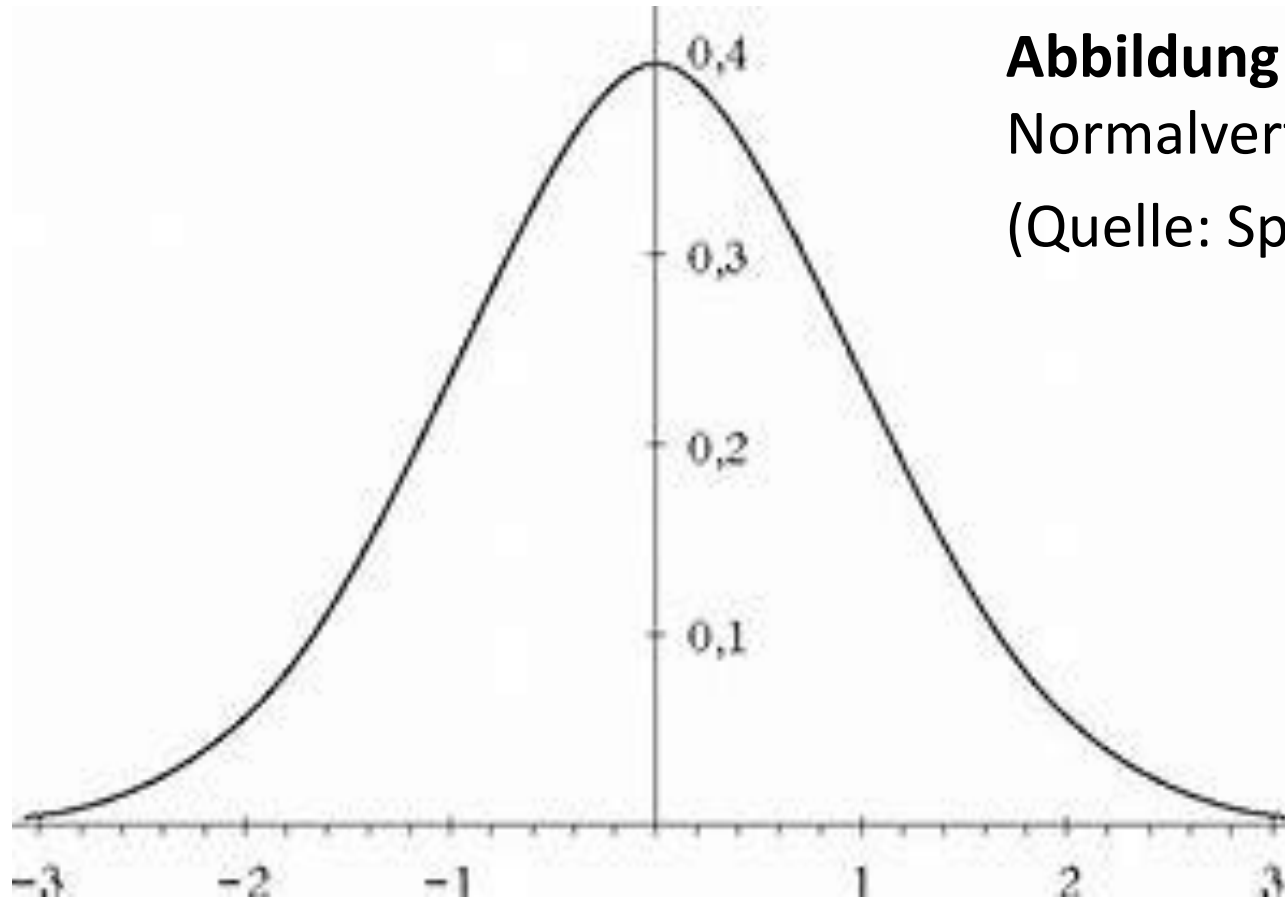
Daraus folgt:

- Alle Elementarereignisse haben die Wahrscheinlichkeit Null, z. B.  $\mathbb{P}(x_1) = 0$
- Die gesamte Fläche unter einer Dichtefunktion ergibt den Wert Eins:  $\mathbb{P}(\Omega) = 1$



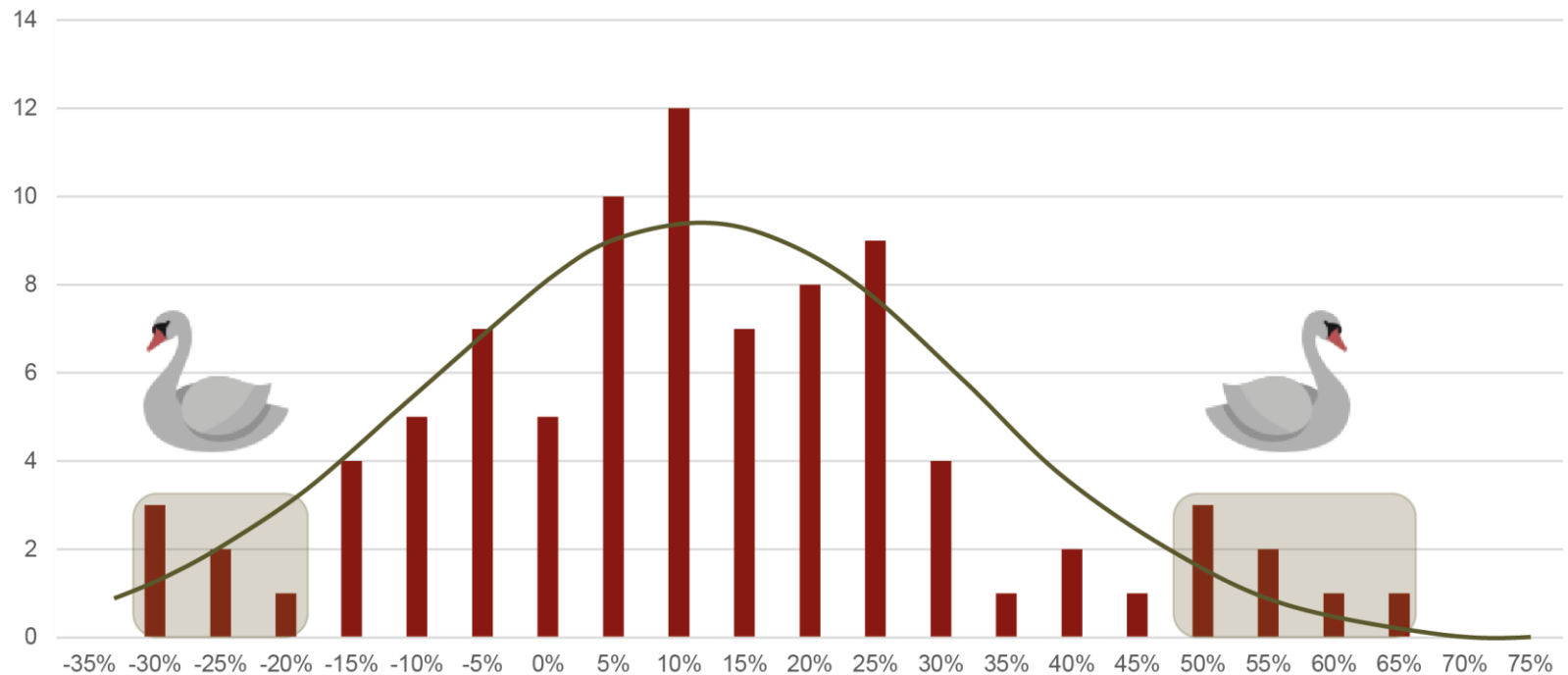


**Abbildung 6.2a:** Ereignis  $A = [a, b]$  und zugehörige Wahrscheinlichkeit  $\mathbb{P}(A)$



**Abbildung 6.3:**  
Normalverteilung  
(Quelle: Spektrum.de)

Die Verteilung der jährlichen Aktienrenditen in der Schweiz ( in % pro Jahr)



**Abbildung 6.4:** Stabdiagramm (Häufigkeitsverteilung) von ex post realisierte Renditen (Quelle: inreim.com)

## Berechnung von ex post realisierten Renditen

**Ex post** realisierte Rendite einer Aktie (t=0)

$$= \frac{\text{Aktienkurs}_{(t=0)} - \text{Aktienkurs}_{(t=-1)} + \text{Dividende}_{(t=0)}}{\text{Aktienkurs}_{(t=-1)}}$$

**Maßeinheit:**

1/annum

## Übung

- (1) Wahrscheinlichkeitsverteilung der stochastischen Größe „Wurf mit 2 Würfeln“
- (2) Dichtefunktion nach Abbildung 6.2
  - Erwartungswert?
  - Wahrscheinlichkeit, dass der Erwartungswert eintritt?
  - Wahrscheinlichkeit, dass  $-0,5 < x < +0,5$  ?
  - Wahrscheinlichkeit, dass  $x > 1$  ?
  - Ist diese Dichtefunktion geeignet, um die stochastische Größe „Rendite eines Wertpapiers“ darzustellen?
- (3) Abbildung 6.4 erklären

# Vielen Dank für die Aufmerksamkeit

